

Mathematik für Geowissenschaftler  
Übungsblatt 9

**Übungsaufgabe 1 (4 Punkte):**

Berechnen Sie die ersten und zweiten Ableitungen der Funktionen

$$\frac{1}{\sin(x)}, 2\cos(\omega(x - x_0)), (3x^2 + 4)e^{-ax},$$

wobei  $a, \omega, x_0 \in \mathbb{R}$  fixierte reelle Zahlen sind.

**Übungsaufgabe 2 (4 Punkte):**

Zeigen Sie, dass die Ableitung der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 10^x$$

gegeben ist durch die Funktion

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \log(10)10^x,$$

wobei  $\log = \ln$  den natürlichen Logarithmus bezeichnet.

*Hinweis: Zeigen Sie zunächst  $f(x) = e^{\log(10)x}$  und benutzen Sie dann die Kettenregel.*

**Übungsaufgabe 3 (4 Punkte):**

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{2x}{1 + x^2}.$$

Skizzieren Sie, möglichst detailliert mit ausreichender Begründung, den Funktionsgraphen von  $f$ .

**Übungsaufgabe 4 (4 Punkte):**

Sei  $D$  ein offenes Intervall und  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  eine differenzierbare Funktion. Angenommen es existiert ein  $a \in \mathbb{R}$ , sodass  $f'(x) = a$  für alle  $x \in D$ . Zeigen Sie, dass  $f$  eine affin-lineare Funktion ist, d.h. es existieren  $b, c \in \mathbb{R}$ , sodass  $f(x) = bx + c$  für  $x \in D$ .

*Hinweis: Benutzen Sie, dass die Ableitung der Funktion  $x \mapsto f(x) - ax$  konstant 0 ist.*

Einzureichen in der Übungsgruppe am Dienstag, 17. Dezember 2019.