

6. Übungsaufgaben: Einführung in die Algebra, WS 18/19

Aufgabe A20.

- (i) Sei G eine abelsche Gruppe, und seien $g, h \in G$ Elemente endlicher Ordnung mit $\text{ggT}(\text{ord}(g), \text{ord}(h)) = 1$. Zeigen Sie, dass

$$\text{ord}(gh) = \text{ord}(g) \cdot \text{ord}(h).$$

- (ii) Sei $G = \langle g \rangle$ eine zyklische Gruppe der Ordnung n . Zeigen Sie, dass

$$\text{ord}(g^k) = \text{ord}(g^{\text{ggT}(k, n)})$$

für alle $k \in \mathbb{Z}$.

Aufgabe A21. Finden Sie eine p -Sylowgruppe von S_5 für $p = 2, 3, 5$.

Aufgabe A22.

- (i) Sei $G = \langle a, b \rangle$ eine Gruppe mit $\text{ord}(a) = 7$ und $\text{ord}(b) = 11$. Sei ferner $\phi: G \times X \rightarrow X$ eine Gruppenaktion mit $|X| = 8$. Zeigen Sie, dass diese Gruppenaktion nicht transitiv ist.
- (ii) Sei G eine Gruppe der Ordnung 55, und sei $\phi: G \times X \rightarrow X$ eine Gruppenaktion mit $|X| = 39$. Zeigen Sie, dass $X^G \neq \emptyset$.

Aufgabe A23. Entscheiden Sie, ob die folgenden zwei Gruppen jeweils isomorph zueinander sind.

- (i) $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$ und $(\mathbb{Z}/13\mathbb{Z})^\times$;
(ii) $\mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ und $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})$;
(iii) $(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^\times$ und $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^\times \times (\mathbb{Z}/5\mathbb{Z})^\times$;
(iv) $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ und $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}) \times (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$;
(v) S_3 und $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

Eine Botschaft der Fachschaft:

Am 15.11.2018 findet um 19 Uhr (s.t.) ein Studentinnentreffen (erstes und drittes Fachsemester) statt. Wir möchten mit euch über eure bisherigen Erfahrungen im Mathematikstudium und eure Gründe nach Bonn zu kommen reden. Für ein zahlreiches Erscheinen wären wir sehr dankbar! Für mehr Informationen sendet einfach eine E-Mail an gleichstellung@fsmath.uni-bonn.de