

12. Übungsaufgaben: Einführung in die Algebra, WS 18/19

Aufgabe A44. Sei p eine Primzahl. Für welche $n \geq 2$ ist $\mathbb{Q}(\sqrt[n]{p})/\mathbb{Q}$ eine normale Körpererweiterung?

Aufgabe A45. Zeigen Sie, dass

$$\overline{\mathbb{Q}} := \{a \in \mathbb{C} \mid a \text{ ist algebraisch über } \mathbb{Q}\}$$

ein algebraischer Abschluss von \mathbb{Q} ist.

Aufgabe A46. Bestimmen Sie für die folgenden Polynome einen Zerfällungskörper und den Grad der entsprechenden Körpererweiterung über dem angegebenen Grundkörper:

- (i) $X^6 + X^3 + 1 \in \mathbb{Q}[X]$;
- (ii) $(X^3 - 2)(X^2 - 2) \in \mathbb{Q}[X]$;
- (iii) $(X^3 - 2)(X^2 - 2) \in \mathbb{F}_3[X]$.

Aufgabe A47. Lesen und verstehen Sie das gesamte Skript. Welche Beweise sind unklar? Verstehen Sie sämtliche Beispiele?
