$\boxed{14.}$ Übungsaufgaben LA I, WS 17/18

****

Anwesenheitsaufgaben

Aufgabe A40. Sei (V, s) ein endlich-dimensionaler euklidischer oder unitärer Vektorraum, und sei $U \subseteq V$ ein Unterraum von V. Sei $B = (b_1, \dots, b_n)$ eine geordnete Basis von V, so dass $(b_1, \dots, b_k)$ eine Basis von U ist. Geben Sie einen Algorithmus an, welcher eine Basis von $U^\perp$ liefert.

Aufgabe A41. Bestimmen Sie die Determinante von

$$A := \begin{pmatrix} 4 & -12 & -1 & 2 \\ 2 & -6 & 6 & 0 \\ 1 & 7 & 2 & 1 \\ 0 & 10 & 3 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4,4}$$

mit Hilfe des verfeinerten Gauß-Algorithmus (d.h. man verwende nur elementare Zeilenumformungen vom Typ I) und mit Hilfe des Laplaceschen Entwicklungssatzes. Welcher Algorithmus ist i.A. schneller?

Aufgabe A42. Seien $a, b \in K$ und sei

$$A := \begin{pmatrix} b & a & \cdots & a \\ a & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a \\ a & \cdots & a & b \end{pmatrix} \in K^{n,n}.$$

Zeigen Sie: $\det(A) = (b-a)^{n-1}(b + (n-1)a)$.

Aufgabe A43. Für $a_1, \dots, a_n$ aus K bestimmen Sie die Determinante der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^{n-1} \\ 1 & a_2 & a_2^2 & \cdots & a_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & a_n & a_n^2 & \cdots & a_n^{n-1} \end{pmatrix} \in K^{n,n}.$$

****