$\boxed{7.}$ Übungsaufgaben LA II, SS 18

****

Hausaufgaben

Aufgabe H25. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{5,5}.$$

Finden Sie eine invertierbare Matrix $S \in \mathrm{GL}_5(\mathbb{R})$, so dass

$$S^{-1}AS = \mathrm{JNF}(A).$$

Aufgabe H26. Sei $f \in \mathrm{End}_K(V)$ mit $\dim(V) < \infty$, so dass $\mathcal{X}_f$ über K in Linearfaktoren zerfällt. Zeigen Sie, dass es ein diagonalisierbares $f_d \in \mathrm{End}_K(V)$ und ein nilpotentes $f_n \in \mathrm{End}_K(V)$ gibt mit

$$f = f_n + f_d \quad \text{und} \quad f_n \circ f_d = f_d \circ f_n.$$

Zudem sind f_n und f_d eindeutig bestimmt.

Aufgabe H27. Seien $A \in K^{n,n}$ und $S \in \mathrm{GL}_n(K)$. Zeigen Sie, dass die k-Minoren von $SM_X(A)$ K-Linearkombinationen der k-Minoren von $M_X(A)$ sind.

Aufgabe H28. Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in K^{3,3}.$$

Bestimmen Sie die Smith-Normalform $\mathrm{SNF}(A)$ für $K = \mathbb{F}_2$, $K = \mathbb{F}_3$ und $K = \mathbb{R}$.

****