

## 6. Übungsaufgaben LA II, SS 18

\*\*\*\*\*

### Hausaufgaben

**Aufgabe H21.** Bestimmen Sie die Jordan-Normalform und das Minimalpolynom von

$$A_c = \begin{pmatrix} 1 & c & 1 \\ 0 & 1 & c-1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}$$

für jedes  $c \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabe H22.** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}.$$

- (i) Bestimmen Sie die Jordan-Normalform von  $A$ . Mit kurzer Begründung.
- (ii) Finden Sie eine invertierbare Matrix  $S$ , so dass  $S^{-1}AS$  eine Matrix in Jordan-Normalform ist.

**Aufgabe H23.** Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{6,6}.$$

- (i) Bestimmen Sie die Dimension aller verallgemeinerten Eigenräume von  $A$ .
- (ii) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von  $A$ .
- (iii) Finden Sie eine invertierbare Matrix  $S$ , so dass  $S^{-1}AS$  eine Matrix in Jordan-Normalform ist.

Hinweis:  $\lambda_1 = 1$  und  $\lambda_2 = 2$  sind die einzigen Eigenwerte von  $A$ .

**Aufgabe H24.** (i) Sei  $f$  ein Endomorphismus eines  $\mathbb{R}$ -Vektorraums mit  $\chi_f = X^9 - X^8 + X^7 - X^6$ . Welche Möglichkeiten gibt es dann für das Minimalpolynom  $\mu_f$ ?

(ii) Sei  $f$  ein Endomorphismus eines  $\mathbb{R}$ -Vektorraums mit

$$\chi_f = X^8 - X^7$$

und sei  $\dim \text{Kern}(f^1) = 3$ ,  $\dim \text{Kern}(f^2) = 5$ ,  $\dim \text{Kern}(f^3) = 6$  und  $\dim \text{Kern}(f^4) = \dim \text{Kern}(f^5) = 7$ . Wie sieht die Jordan-Normalform von  $f$  aus?

(iii) Sei  $f$  ein Endomorphismus eines  $\mathbb{R}$ -Vektorraums  $V$  mit

$$\chi_f = (X - 1)(X - 2)^4(X - 3)^3$$

und sei  $\dim \text{Kern}(f - 2\text{id}_V) = 1$  und  $\dim \text{Kern}(f - 3\text{id}_V) = 1$ . Wie sieht die Jordan-Normalform von  $f$  aus?

(iv) Sei  $f$  ein Endomorphismus eines 8-dimensionalen  $\mathbb{R}$ -Vektorraums  $V$  mit Minimalpolynom

$$\mu_f = (X - 1)^3(X - 2)^2(X - 3).$$

Dann gibt es 8 mögliche Jordan-Normalformen von  $f$ . Welche?

\*\*\*\*\*