$\boxed{3.}$ Übungsaufgaben LA II, SS 18

****

Hausaufgaben

Aufgabe H9. Charakterisieren Sie die Menge aller $A \in K^{n,n}$, so dass A ein Produkt von Elementarmatrizen vom Typ (I) ist.

Aufgabe H10. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenräume der Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in (\mathbb{F}_2)^{4,4} \quad \text{und} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4,4}.$$

Aufgabe H11. Sei $A = (a_{ij}) \in K^{n,n}$ mit $n \geq 1$ und $a_{ij} = 0$ für alle $i \geq j$. Zeigen Sie: $\dim \mathrm{Eig}(A, 0) = 1$ genau dann wenn $a_{i,i+1} \neq 0$ für alle $1 \leq i \leq n-1$.

Aufgabe H12. (i) Sei

$$A := \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}.$$

Ist A diagonalisierbar? Falls ja, so finden Sie eine invertierbare Matrix S, so dass $S^{-1}AS$ eine Diagonalmatrix ist. Ist S eindeutig bestimmt?

(ii) Sei

$$A := \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in K^{2,2}$$

mit $a \neq c$. Finden Sie eine Matrix S, so dass $S^{-1}AS$ eine Diagonalmatrix ist.

****