

10. Übungsaufgaben LA II, SS 18

Hausaufgaben

Aufgabe H37. Wieviele Involutionen $\bar{\cdot} : K \rightarrow K$ (im Sinne von Abschnitt 17.2) gibt es für $K = \mathbb{F}_p$ mit $p = 2, 3, 5$?

Aufgabe H38. Sei (V, s) ein symmetrischer Vektorraum, und seien U und W Unterräume von V . Zeigen Sie:

- (i) $(U + W)^\perp = U^\perp \cap W^\perp$.
- (ii) Aus $U \subseteq W$ folgt $W^\perp \subseteq U^\perp$.

Aufgabe H39. (i): Sei (V, s) ein endlich-dimensionaler metrischer K -Vektorraum. Gegeben ist eine Basis B von V und die Koordinatenmatrix $\mathbf{c}_B(s)$. Geben Sie einen Algorithmus zur Berechnung einer Basis von $\text{Rad}(V)$ an.

(ii): Sei

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4,4}$$

und sei s_A die zugehörige Metrik bzgl. der Involution $\bar{\cdot} = \text{id}_{\mathbb{R}}$. Bestimmen Sie eine Basis von $\text{Rad}(\mathbb{R}^4)$.

Aufgabe H40. Sei $B = (e_1, e_2, e_3)$ die Standardbasis von \mathbb{R}^3 , und sei $s : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ die symmetrische Metrik (bzgl. $\bar{\cdot} = \text{id}_{\mathbb{R}}$), welche definiert ist durch

$$s(v, w) := 4v_1w_1 + 6v_1w_3 - 2v_2w_3 + 6v_3w_1 - 2v_3w_2 + 8v_3w_3.$$

- (i) Bestimmen Sie die Koordinatenmatrix $\mathbf{c}_B(s)$.
- (ii) Konstruieren Sie eine Basis C von \mathbb{R}^3 , so dass $\mathbf{c}_C(s)$ eine Diagonalmatrix ist.
