ÜBUNGSZETTEL 2 - LINEARE ALGEBRA II

JENS FRANKE, FABIAN HEBESTREIT

Aufgabe 1 (3 Punkte)**.** *Ist $f : W \to W$ eine lineare Abbildung mit $f(V) \subseteq V$ für einen Unterraum $V \subseteq W$, so ist f genau dann nilpotent auf W, wenn die durch f induzierten Endomorphismen von V und W/V nilpotent sind.*
Wie verhalten sich die Nilpotenzindizes (also die jeweils kleinsten Zahlen n mit $f^n = 0$) der drei beteiligten Abbildungen zueinander?

Aufgabe 2 (12 Punkte)**.** *Bestimmen Sie den Lösungsraum des gewöhnlichen Differentialgleichungssystems*

$$f' = 5f - 13g$$
$$g' = 2f - 5g$$

für differenzierbare Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Drücken Sie die Lösungen durch reelle trigonometrische und Exponentialfunktionen aus.

Aufgabe 3 (5 Punkte)**.** *Man diagonalisiere die folgenden Matrizen oder zeige, daß sie nicht diagonalisierbar sind. Im nicht-diagonalisierbaren Fall gebe man eine Basis an, in der Jordan-Normalform vorliegt:*

$$\begin{pmatrix} 2015 & 2016 \\ 2016 & 2015 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2016 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2016 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

In wiefern sind jeweils die gesuchten Basen eindeutig bestimmt?

Abgabetermin: 29.04. in der Vorlesung