ÜBUNGSZETTEL 2 - LINEARE ALGEBRA I

JENS FRANKE, FABIAN HEBESTREIT

Bei den ersten beiden Aufgaben sei wie auf dem vorigen Blatt vorausgesetzt, dass die auftretenden Matrizen Koeffizienten aus $\mathbb{Q}$ oder $\mathbb{R}$ haben. Bei der Lösung sollen desweiteren nur solche Sätze aus der linearen Algebra benutzt werden, die bis einschließlich Freitag, 30. 11. (Ausgabetag des Zettels) in der Vorlesung vorgestellt wurden. Allerdings ist nicht erforderlich, dass der Beweis in der Vorlesung bereits vollständig erfolgt ist.

Aufgabe 1 (3 Punkte)**.** *Man zeige: Wenn A eine $m \times n$-Matrix ist, so dass das homogene Gleichungssystem $A\vec{x}$ nur die triviale Lösung hat, so gilt $m \geq n$.*

Aufgabe 2 (9 Punkte)**.**

i) *Sei A eine $m \times n$-Matrix mit der Eigenschaft, dass für jede natürliche Zahl j mit $1 \leq j \leq n$ eine natürliche Zahl i mit $1 \leq i \leq m$ und*

$$\sum_{k=1}^{n} |a_{i,k}| < 2|a_{i,j}|$$

existiert. Man zeige, dass dann das homogene Gleichungssystem $A\vec{x} = 0$ nur die triviale Lösung hat.

ii) *Ist das unter i) gegebene hinreichende Kriterium für die eindeutige Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme auch notwendig? Begründen Sie Ihre Antwort!*

Aufgabe 3 (8 Punkte)**.** *Man gebe für die folgenden Gleichungssysteme alle Lösungen mit rationalen Koeffizienten an:*

$$\begin{aligned} 3x + 8y &= 7 \\ 2x + 5y &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 3y + 8z &= 1 \\ 2x + 2y + 5z &= 3 \\ 3x + 4y + 2z &= 2 \end{aligned}$$

Abgabetermin: 13.11. in der Vorlesung

$$
\begin{aligned}
3x + 4y + 7z &= 1 \\
-16x - 18y + 24z &= -2 \\
x + 3y + 33z &= 2
\end{aligned}
$$

Help-Desk für lineare Algebra I: Montag 16-19 Uhr, Freitag 13-16 Uhr, Chiara Mazziotta (s6chmazz@uni-bonn.de), Raum N1.002