AUFGABEN 8: VORLESUNG GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK

Aufgabe 1. Es seien X und Y endliche Mengen. Bestimmen Sie (mit Beweis) wieviele injektiven Abbildungen es von X nach Y gibt.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass eine Menge $X \neq \emptyset$ genau dann abzählbar ist, wenn es eine Surjektion von $\mathbb{N}_0$ auf X gibt.

Aufgabe 3. Es sei X eine abzählbare Menge. Zeigen Sie, dass die Menge aller endlichen Teilmengen von X abzählbar ist.

Aufgabe 4. Sei X eine Menge. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind.

(i) X ist unendlich.

(ii) Für jede Abbildung $f\colon X \to X$ existiert $\emptyset \subsetneq A \subsetneq X$ mit $f(A) \subset A$.

Tipp: Nehmen Sie $f\colon \{0, 1, \ldots, n\} \to \{0, 1, \ldots, n\}, f(i) = i + 1$ wobei $n + 1$ als 0 zu lesen ist. Gilt dafür (ii)? Zeigen Sie dann, dass (ii) im Fall $X = \mathbb{N}_0$ gilt und reduzieren Sie den allgemeinen Fall darauf.

Abgabe: 11.Nov.2019 vor der Vorlesung. **Rückgabe**: 14.Nov.2019 in den Übungen.