

Übungen zur Einführung in die Geometrie und Topologie - Blatt 9

Uni Bonn, SS 2018

Aufgabe 33. Sei $p: \bar{X} \rightarrow X$ eine Überlagerung. Zeige

- (a) p ist ein lokaler Homöomorphismus, d.h zu jedem Element $\bar{x} \in \bar{X}$ gibt es eine offene Umgebung U derart, dass $p(U) \subseteq X$ offen und $p|_U: U \rightarrow p(U)$ ein Homöomorphismus ist.
- (b) p ist eine Identifizierung.
- (c) Nicht jeder lokale Homöomorphismus ist eine Überlagerung.

Aufgabe 34.

- (a) Seien $p_i: \bar{X}_i \rightarrow X_i$ für $i = 1, 2$ Überlagerungen. Zeige, dass auch $p_1 \times p_2: \bar{X}_1 \times \bar{X}_2 \rightarrow X_1 \times X_2$ eine Überlagerung ist.
- (b) Konstruiere ein explizites Model für die universelle Überlagerung von $S^1 \times \mathbb{R}P^2 \times S^2$.

Aufgabe 35. (a) Konstruiere eine \mathbb{Z} -Operation auf S^1 , die frei, aber nicht proper ist.

- (b) Beweise oder widerlege, dass es eine propeere \mathbb{Z} -Operation auf S^1 gibt.

Aufgabe 36. Sei $p: \bar{X} \rightarrow X$ eine Überlagerung und $f: Y \rightarrow X$ eine Abbildung. Betrachte das Pullback

$$\begin{array}{ccc} \bar{Y} & \xrightarrow{\bar{f}} & \bar{X} \\ \bar{p} \downarrow & & \downarrow p \\ Y & \xrightarrow{f} & X \end{array}$$

Beweise oder widerlege, dass $\bar{p}: \bar{Y} \rightarrow Y$ eine Überlagerung ist.

Bonusaufgabe. Die Fachschaft Mathematik feiert am 21.06. ihre Matheparty in der N8schicht. Der VVK findet am Mo. 18.06., Di. 19.06. und Mi. 20.06. in der Mensa Poppelsdorf statt. Alle weitere Infos auch auf fsmath.uni-bonn.de. Nimm teil! (Ein Beweis über die Lösung der Bonusaufgabe darf nachgereicht werden.)

Abgabe am 21.06. in der Vorlesung