

# Seminar (S1G1) - Darstellungstheorie endlicher Gruppen

Daniel Kasprowski and Christian Wimmer

Sommersemester 2018

## Vortrag 1: Gruppen

Definition, Beispiele: abelsche Gruppen, symmetrisch Gruppen  $S_n$ , alternierende Gruppe  $A_n$ , Diedergruppe  $D_n$ ; Homomorphismen, Konjugation, Gruppenwirkungen, Untergruppen, Zentrum, Nebenklassen, Normalteiler, Faktorgruppe  
[Lan02, Ch. I, 1-5]

## Vortrag 2: Darstellungen

Definition, Matrizenform, Isomorphie, erste Beispiele: triviale und reguläre Darstellung, Permutationsdarstellungen, evtl. weitere Beispiele, Unterdarstellungen, Komplemente, irreduzible Darstellungen, Zerlegbarkeit in irreduzible Darstellungen  
[Ser77, Ch. 1.1-1.4]

## Vortrag 3: Konstruktion neuer Darstellungen

Summe, Tensorprodukt, symmetrische und alternierende Potenzen von Darstellungen  
[Ser77, Ch. 1.5-1.6], (evtl. auch [Lan02, Ch. XVI 1-2, Ch. XIX 1])

## Vortrag 4: Charaktere

Definition, Eigenschaften, Verhalten unter Summen, Tensorprodukten, symmetrischen und alternierenden Potenzen, Übungen 2.2 und 2.3 in [Ser77], Schurs Lemma, Orthogonalität  
[Ser77, Ch. 2.1-2.3]

## **Vortrag 5: Kanonische Zerlegung**

Zerlegung der regulären Darstellung, Anzahl der irreduziblen Darstellungen, Beispiel  $S_3$ , kanonische und explizite Zerlegung  
[Ser77, Ch. 2.4-2.7]

## **Vortrag 6: Untergruppen, Produkte und induzierte Darstellungen**

Abelsche Untergruppen, Darstellungen von Produkten, Definition von induzierten Darstellungen, Beispiele, Existenz und Eindeutigkeit  
[Ser77, Ch. 3]

## **Vortrag 7: Beispiele**

Zyklische Gruppen, Diedergruppe  $D_n$ , alternierende Gruppe  $A_4$ , symmetrische Gruppe  $S_4$   
[Ser77, Ch. 5]

## **Vortrag 8: Die Gruppenalgebra**

Zerlegung von  $\mathbb{C}[G]$  als Produkt von Matrixalgebren, Zentrum, Ganzheit von Charakteren, Anwendungen  
[Ser77, Ch. 6]

## **Vortrag 9: Darstellungen von $S_n$ , Teil I**

Alternierende Potenzen der Standarddarstellung, Young-Tableaus, Beschreibung der irreduziblen Darstellungen  
[FH91, Part I 3.2, 4.1]

## **Vortrag 10: Darstellungen von $S_n$ , Teil II**

Beispiel  $n \leq 5$ , Beweis der Klassifikation irreduzibler Darstellungen  
[FH91, Part I 4.1, 4.2]

## **Vortrag 11: Mackeys Irreduzibilitätskriterium für induzierte Darstellungen**

Induktion, Charakter der induzierten Darstellung, Frobenius-Reziprozität, Mackeys Irreduzibilitätskriterium  
[Ser77, Ch. 7]

## Vortrag 12: Satz von Artin

Darstellungsring  $R(G)$ , Satz von Artin mit zwei Beweisen  
[Ser77, Ch. 9]

## Vortrag 13: Satz von Brauer

$p$ -reguläre Elemente,  $p$ -elementare Untergruppen, Satz von Brauer  
[Ser77, Ch. 10]

## References

- [FH91] William Fulton and Joe Harris, *Representation theory. A first course.*, New York etc.: Springer-Verlag, 1991 (English).
- [Lan02] Serge Lang, *Algebra. 3rd revised ed.*, 3rd revised ed. ed., New York, NY: Springer, 2002 (English).
- [Ser77] Jean-Pierre Serre, *Linear representations of finite groups*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977, Translated from the second French edition by Leonard L. Scott, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 42.