

Seminar

COXETER - GRUPPEN

Prof. Dr. Carl-Friedrich Bödigheimer

Sommersemester 2010

dienstags, 14:15 - 16:00 Uhr

VORBESPRECHUNG MIT VORTRAGSVERGABE:

Dienstag, 2.2.2010, 16:15 - 17:00 Uhr, SR 1.008

Die Liste der Vorträge erscheint demnächst unter <http://www.math.uni-bonn.de/people/cfb/>

Coxeter-Gruppen oder endliche Spiegelungsgruppen sind Untergruppen von $GL(V)$ für $V = \mathbb{R}^n$, die von Spiegelungen

$$S_u : V \rightarrow V, S_u(x) := x - 2 \frac{\langle x, u \rangle}{\langle u, u \rangle} u$$

an der auf $u \in V$ senkrechtstehenden Hyperebene erzeugt werden.

Diese einzelnen Spiegelungen S_u sind sehr einfache Abbildungen. Ihre Ordnung ist 2. Aber das Produkt $R = S_u S_v$ zwei Spiegelungen ist eine Rotation um eine auf u und v senkrechtstehende Achse mit dem Winkel 2α , wenn die beiden Vektoren u und v den Winkel α haben. Die Ordnung von R ist π/α — falls dies eine natürliche Zahl ist. Stehen u und v senkrecht aufeinander, so vertauschen S_u und S_v .

Man sieht also einen ganz engen Zusammenhang zwischen der Geometrie der Vektoren v_1, v_2, \dots, v_r und der von den Spiegelungen $S_{v_1}, S_{v_2}, \dots, S_{v_r}$ erzeugten Coxeter-Gruppe.

Beispiele von Coxeter-Gruppen

- ▶ symmetrische Gruppen S_n
- ▶ Diedergruppen D_{2n}
- ▶ Symmetriegruppen der fünf platonischen Körper

Klassifikation der Coxeter-Gruppen

Erstaunlich ist, dass man diese Gruppen mit relativ einfachen Mitteln untersuchen kann.

Methoden

- ▶ Lineare Algebra
- ▶ (Euklidische) Geometrie
- ▶ Gruppentheorie
- ▶ Graphentheorie
- ▶ Kombinatorik

Ziel des Seminars ist der **Klassifikationssatz** der endlichen Coxeter-Gruppen.

Wo Coxeter-Gruppen noch vorkommen

Die Coxeter-Gruppen spielen in vielen Bereichen eine wichtige Rolle:

- ▶ Theorie der Lie-Gruppen Weyl-Gruppen
- ▶ Darstellungstheorie Young-Tableaux,
Theorie der Gebäude
- ▶ Topologie Lie-Gruppen, Eilenberg-MacLane-Räume
- ▶ Artin-Gruppen Zopf-Gruppen, Konfigurationsräume,
Schleifenräume

- ▶ **L.C. Grove, C.T. Benson:**
FINITE REFLECTION GROUPS
- ▶ **H.S.M. Coxeter:**
INTRODUCTION TO GEOMETRY
- ▶ **J.E.Humphreys:**
REFLECTION GROUPS AND COXETER GROUPS
- ▶ **A.Björner, F.Brenti:**
COMBINATORICS OF COXETER GROUPS

Diese Bücher werden ab Freitag auf dem Seminarbrett BÖDIGHEIMER im Eingangsbereich der Bibliothek stehen.