

Mod-2 Kohomologie

Prof. Dr. C.-F. Bödiger

Zeit und Ort: dienstags, 14 — 16 Uhr, Seminarraum 1.007, Beginn: Dienstag, 7. April 2020

VORBESPRECHUNG: Dienstag, 14. Januar 2020, 18:15 - 19:00 Uhr, Seminarraum 1.008

Das Seminar behandelt mehrere interessante Themen der Homologie- und Kohomologietheorie mit Koeffizienten im Körper \mathbb{F}_2 . Zum einen werden durch Koeffizienten modulo 2 einige geometrische Fragen (wie Orientierbarkeit) einfacher und gleichzeitig werden einige Probleme der homologischen Algebra (wie Ext- und Tor-Probleme) eliminiert.

- Wir werden Themen behandeln, die wir auch in der Vorlesung behandeln werden, z.B. die Produkte (Kreuzprodukt, Cup-Product und Cap-Produkt), die Poincare-Dualität, die Hopf-Invariante.
- Wir werden aber auch Themen behandeln, die in der Vorlesung nicht behandelt werden, z.B. die Eilenberg-MacLane-Räume für die Gruppe $\mathbb{Z}/2$, die erste Stiefel-Whitney-Klasse w_1 , der Satz von Leray-Hirsch, der Thom-Isomorphismus, die Steenrod-Quadrate.

Vorausgesetzt sind solide Kenntnisse der Vorlesung *Topologie I*, d.h. in singulärer Homologie, sowie der Stoff der parallel zum Seminar laufenden Vorlesung *Topologie II*, welche die singuläre Kohomologie behandeln wird. Bei fast allen Themen muß aber viel vorgearbeitet werden, denn ein Teil des Stoffs der Vorträge wird zwar auch in der Vorlesung behandelt werden, aber erst viel später.

Die meisten Themen können mit dem Buch von J.-Cl. Hausmann [Hau] behandelt werden; bei einigen müssen oder sollen noch weitere Bücher zu Rate gezogen werden, z.B. Bredon und Hatcher.

Die Vorträge sind auf 90 Minuten angelegt: das heißt, man bereite ca. 70 Minuten vor und stelle sich auf viele Zwischenfragen ein. Die Vorträge müssen mindestens 2 Wochen vor dem Vortragstermin fertig und mit mir durchgesprochen sein. Großen Wert ist auf die Mitarbeit im Seminar zu legen, weshalb auch Anwesenheit wichtig ist.

14 Vorträge

(1) Homologie und Kohomologie mod 2

..... NAME, VORNAME (7. April 2020)

Definition von Homologie und Kohomologie mit Koeffizienten im Körper \mathbb{F}_2 (singulär, simplizial und zellulär). Eigenschaften einer Homologie- bzw. einer Kohomologietheorie. Hom-Dualität und Universelles Koeffiziententheorem. Beispiele.

[Hau] 2.2 + 2.3

(2) Eilenberg-MacLane-Räume

..... NAME, VORNAME (14. April 2020)

Definition. Eigenschaften. Konstruktion.

[Hau] 3.8

- (3) **Cup-Produkt**
..... NAME, VORNAME (21. April 2020)
[Hau] 4.1
- (4) **2-fache Überlagerungen und erste Kohomologiegruppe H^1**
..... NAME, VORNAME (28. April 2020)
[Hau]4.3
- (5) **Cap-Produkt**
..... NAME, VORNAME (5. Mai 2020)
[Hau] 4.5
- (6) **Kreuzprodukt und Künneth-Isomorphismus**
..... NAME, VORNAME (12. Mai 2020)
[Hau] 4.6 + 4.7
- (7) **Satz von Leray-Hirsch**
..... NAME, VORNAME (19. Mai 2020)
[Hau] 4.7.5
- (8) **Thom-Isomorphismus**
..... NAME, VORNAME (26. Mai 2020)
[Hau] 4.7.6
- (9) **Poincaré-Dualität I**
..... NAME, VORNAME (9. Juni 2020)
[Hau] 5.1 + 5.2 + 5.3
- (10) **Poincare-Dualität II**
..... NAME, VORNAME (16. Juni 2020)
[Hau] 5.4
- (11) **Hopf-Invariante**
..... NAME, VORNAME (23. Juni 2020)
[Hau] 6.3
- (12) **Steenrod-Quadrate**
..... NAME, VORNAME (30. Juni 2020)
Allgemeine Kohomologieoperationen. Axiomatik der Steenrod-Quadrate.
[Hau] 8.1 + 8.2, [Bre] VI.15.
- (13) **Konstruktion der Steenrod-Quadrate**
..... NAME, VORNAME (7. Juli 2020)
Die \cup_i -Produkte, Nicht-Kommutativität auf Kettenniveau. Definition Sq_i . Nachweis der Axiome.
- (14) **Steenrod-Algebra und Adem-Relationen**
..... NAME, VORNAME (14. Juli 2020)
Die von den Sq_i erzeugte Algebra. Allgemeine Struktur (Bericht).
[Hau] 8.4 + 8.5

(15) **Anwendungen**

..... NAME, VORNAME (14. Juli 2020)

Klassische Anwendungen der Steenrod-Quadrate.

[Hau] 8.6

LITERATUR

[Hau] Jean-Claude Hausmann: *Mod-2 Homology*. Springer Verlag (2014).

[Bre] Glen E. Bredon: *Topology and Geometry*. Springer Verlah (1993).