

Niedrigdimensionale Topologie

Prof. Dr. C.-F. Bödigheimer

Zeit & Ort: montags, 14 - 16 Uhr Seminarraum: N 0.007 Beginn: 17. Oktober 2016

(Vorbesprechung war am Di, 19. Juli 2016, 17:15 - 18:00 Uhr, Raum 0.008)

Das Seminar beschäftigt sich mit topologischen Räumen kleiner Dimension, also Flächen und ihren Überlagerungen sowie 3-Mannigfaltigkeiten, z.B. Knotenkomplementen oder Linsenräumen. Unser Ziel ist es, diese Mannigfaltigkeiten kennenzulernen, zu untersuchen und einen Überblick oder - soweit möglich - sogar eine Klassifikation zu erreichen.

Vorgesetzt werden gute Kenntnisse in der mengentheoretischen Topologie und über die Fundamentalgruppe, etwa im Umfang der Vorlesung 'Einführung in die Geometrie und Topologie'. Dazu kommen gute Kenntnisse in der Gruppentheorie und Ring- sowie Modultheorie, etwa im Umfang der Vorlesung 'Einführung in die Algebra'.

Die Vorträge sind auf 90 Minuten angelegt: das heißt, man bereite ca. 70 Minuten vor und stelle sich auf viele Zwischenfragen ein. Die Vorträge müssen mindestens 2 Wochen vor dem Vortragstermin fertig sein und mit mir durchgesprochen sein. Großen Wert wird auf die Mitarbeit im Seminar gelegt, weshalb Anwesenheit selbstverständlich ist.

Liste der Vorträge

- (1) **Polyeder** JASMIN BRANDT (17.10.2016)
Simpliziale Komplexe, Zellenkomplexe; Überlagerungen. Triangulierung von Mannigfaltigkeiten (Hauptvermutung); Euler-Charakteristik, Summen- und Produktformel.
[M, chap. 7], [S, chap. 0.2], [tD-1, II.2 + 3].
- (2) **Flächen** DENIS MICHEL (24.10.2016)
Definition, Beispiele; Konstruktionen. Orientierbarkeit. Euler-Charakteristik. Riemannsche Flächen, meromorphe Funktionen, Triangulierbarkeit nach Rado.
[tD-1, II.1], [S, 1.1 + 1.2].
- (3) **Klassifikation von Flächen** MARK HEIBEL (31.10.2016)
Klassifikation triangulierter Flächen (orientierbar/nicht-orientierbar, ohne/mit Rand). Geschlecht und Orientierbarkeit als Invarianten.
Normalform. [tD-1, II.4 + 5 + 6], [S, 1.3].
- (4) **Verzweigte und unverzweigte Überlagerungen von Flächen** MAX HECKER (7.11.2016)
Überlagerungen von Flächen, endlich-zyklische und unendlich-zyklische Überlagerung, Universelle Überlagerung. Riemannsche Flächen nochmal, Gruppenoperationen auf Flächen, Symmetrien von Flächen. Orientierungsüberlagerung. Dehn-Twists. Riemann-Hurwitz-Formel.
[tD-1, II.9], [tD-2, chap. 3, chap. 12.5].

- (5) **Fundamental- und erste Homologiegruppe von Flächen** LEVENT KOTAN (14.11.2016)
 Präsentation der von $\pi_1(F)$ nach Normalform, Abelsierung und $H_1(F)$, Erzeuger. Schnittzahlen von Kurven auf Flächen, symplektische Form auf $H_1(F)$. Abbildungsklassengruppe, Symmetrien und Dehn-Twists; Beispiel: Torus und $SL_2(\mathbb{Z})$.
 [tD-1, II.8], [S, chap. 5 + 6].
- (6) **Cayley-Graph von Gruppen** JUDITH LANGEN (21.11.2016)
 Cayley-Graph einer Präsentation; freie Gruppen und Bäume. Satz von Nielsen-Schreier. Gruppen als Fundamentalgruppen von Räumen; klassifizierender Raum $BG = K(G, 1)$ einer Gruppe G , universelle Bündel.
 [S, chap. 2], [tD-1, IX.4].
- (7) **Knoten, Verschlingungen und Zöpfe** VINCENT REINTHAL (28.11.2016)
 (Zahme) Knoten und Verschlingungen, Isotopien, Äquivalenz von Knoten; Beispiele. Diagramme, Reidemeister-Züge. Zöpfe; Konfigurationsräume und Zopfgruppe; Schließung eines Zopfes; Satz von Markov.
 [K, 1].
- (8) **Knotengruppen** OLIVER KIENAST (5.12.2016)
 Fundamentalgruppe des Knotenaußenraumes, Wirtinger-Präsentierung, Satz von Alexander-Artin.
 [K, chap. 6].
- (9) **Seifert-Flächen** VALENTIN JONAS (12.12.2016)
 Aufspannende Flächen für Knoten und Verschlingungen, Geschlecht, Orientierbarkeit. Seifert-Kreise, Formel für das Geschlecht. Additivität des Geschlechts.
 [K, chap. 4.1], [R, chap. 5].
- (10) **Verschlingungszahlen** PHILIP MAYER (19.12.2016)
 Definition (mehrere), Beispiele. Kurven auf Flächen, Seifert-Form und Seifert-Matrix eines Knotens.
 [K, chap. 5], [R, chap. 5.D, Chap. 8.A].
- (11) **Alexander-Polynom eines Knotens** NILS FRIEDRICH (9.1.2017)
 Unendlich-zyklische Überlagerung des Knotenaußenraumes, Deckbewegung durch \mathbb{Z} , Homologie als Modul über $\Lambda = \mathbb{Z}[t, t^{-1}]$. Berechnungen.
 [R, chap. 7], [K, chap. 7].
- (12) **Jones-Polynom eines Knotens I** LARA GLESSEN (16.1.2017)
 Auf
 ösung von Diagrammen, zustände. Klammerpolynom. Jones-Polynom. Schienenrelation, Schienenäquivalenz, Schienenpolynom. Zusammenhang mit Alexander-Polynom.
 [K, chap. 8].
- (13) **Jones-Polynom eines Knotens II** EDUARD NIKEL (23.1.2017)
 Algebren, Gruppenalgebren, Iwahori-Hecke-Algebra. Spuren auf Algebren. Jones-Polynom als Spur.
 [K, chap. 9].
- (14) **3-Mannigfaltigkeiten** FELIX GREFE (30.1.2017)
 Beispiele. Heegard-Zerlegung. Fundamentalgruppe und Homologiegruppen. Rolle der Abbildungsklassengruppe.
 [S, chap. 8.1 - 8.3], [R, chap. 9.A + chap. 9.C].

- (15) **Linsenräume** FLORIAN HUBER (6.2.2017)
Definition, topologische Klassifikation. Homologiesphären. Poincare-Vermutung.
[S, chap. 8.3 + 8.4], [R, chap. 9.B + 9.D].
-

LITERATUR

- [tD-1] **T. tom Dieck:** *Topologie*. W. de Gruyter Verlag, 2. Auflage (2000).
[tD-2] **T. tom Dieck:** *Algebraic Topology*. European Math. Soc. (2008).
[K] **A. Kawauchi:** *A Survey of Knot Theory*. Birkhäuser Verlag (1996).
[M] **E. E. Moise:** *Geometric Topology in Dimensions 2 and 3*. Springer Verlag (1977).
[R] **D. Rolfsen:** *Knots and Links*. Publish or Perish (1976).
[S] **J. Stillwell:** *Classical Topology and Combinatorial Group Theory*. Springer Verlag (1980).