

1 a) Berechnen Sie

$$i) \int_{-1}^1 \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx \quad ii) \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x^2}}$$

(3+3 Punkte)

b) Finden Sie eine Stammfunktion zu $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$.

(Tipp: $\arcsin x = (x)' \arcsin x$)

(4 Punkte)

2 Bestimmen Sie

a) $\int \frac{5 dx}{4 - 12x - 2x^2}$

(3 Punkte)

b) $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

(3 Punkte)

c) $\int \frac{x^3 + 11x^2 + 29x - 7}{x^2 + 6x - 2} dx$

(5 Punkte)

3 Zeigen Sie mit Induktion über n für festes k

$$\int_0^1 x^k (1-x)^{n-k} dx = \frac{k!(n-k)!}{(n+1)!}, \quad \text{wobei } n, k \in \mathbb{N}_0, k \leq n.$$

(9 Punkte)

4 a) Zeigen Sie mit Hilfe der Substitutionsregel

$$\int \sqrt{x^2 - 1} dx = \frac{1}{2} (x\sqrt{x^2 - 1} - \operatorname{acosh}(x)).$$

(4 Punkte)

b) Berechnen Sie $\int \sqrt{x + \sqrt{x}} dx$

(6 Punkte)