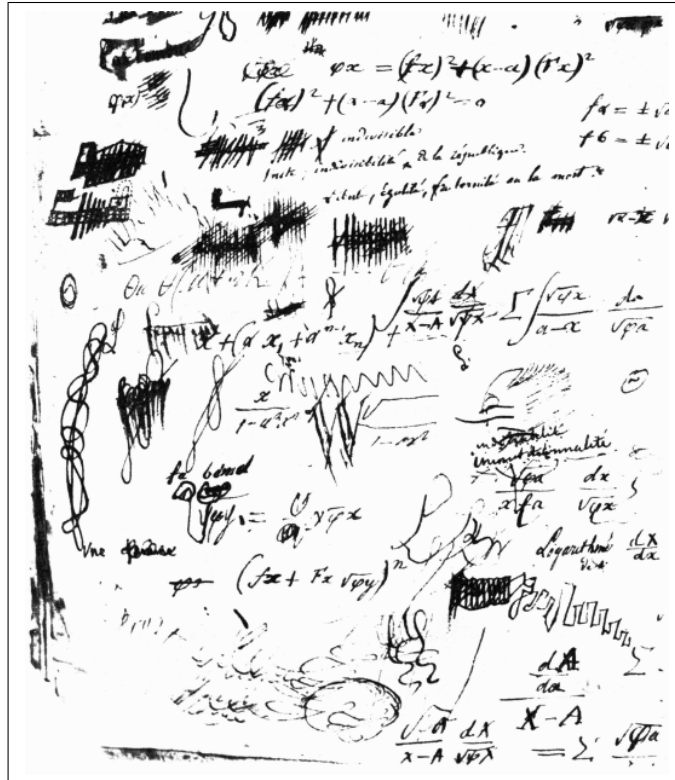


Fragen zu Gruppen, Ringe, Moduln

Prof. Dr. C.-F. Bödigheimer

Wintersemester 2010/2011



Zum GALOISjahr: Eine Kritzelei von ÉVARISTE GALOIS, welche er auf seinem Tisch liegen ließ, als er zum Duell am 30.V.1832 aufbrach. Erkennbar sind die Worte „Liberté, égalité, fraternité ou la mort“ (oben mitte links) und „une femme“ (unten links). Folio 179b der Handschrift, aufbewahrt in der *bibliothèque de l'Institut de France*

Grundbegriffe Gruppen Was ist eine (Halb)gruppe? Was sind Beispiele für (un)endliche/(nicht) abelsche Gruppen? Was ist die Grothendieck-Konstruktion? Was ist eine Untergruppe, ein Normalteiler? Was ist eine einfache Gruppe?

Beispiele für Gruppen Was sollte man über die symmetrische Gruppe S_n wissen? Wie ist die Diedergruppe D_n definiert? Was sind zyklische Gruppen?

Konstruktionen mit Gruppen Was ist das ((semi-)direkte/freie) Produkt von Gruppen? Was ist ein (inverser/direkter) Limes von Gruppen und was das Faserprodukt und Amalgam von Gruppen? Welche universellen Eigenschaften erfüllen diese Konstruktionen?

Sätze über Gruppen Wie lassen sich zyklische Gruppen klassifizieren? Wie lautet der Homomorphiesatz und welches sind die Isomorphiesätze? Was besagt der Satz von Lagrange? Was sind (kurze) exakte Sequenzen von Gruppen? Wie stehen sie im Zusammenhang mit Mono- und Epi-morphismen? Wie lautet das 5er-Lemma und welche Beweistechnik lernt man bei seinem Beweis?

Erzeuger und freie Gruppen Was ist das Erzeugnis einer Teilmenge einer Gruppe? Was ist eine endlich erzeugte Gruppe? Welches sind Beispiele für (nicht) endlich erzeugte Gruppen? Wie sind freie Gruppen charakterisiert? Was ist eine Präsentierung einer freien Gruppe? Welches sind Präsentierungen für die symmetrische Gruppe und für die Diedergruppe? Wie sind ((semi-)direkte/freie) Produkte von Präsentierungen präsentiert?

Gruppenoperationen Was ist eine Operation einer Gruppe auf einer Menge? Was sind Beispiele dafür? Was ist die Bahn eines Elements, was die Isotropiegruppe oder Standgruppe? Was ist die Invarianzgruppe und wie sind Fixpunktmengen definiert? Was sind Beispiele für (nicht) transitive bzw. (nicht) freie Gruppenwirkungen? Wie lauten die Bahnengleichungen?

-ator-Gruppen Wie und wofür sind Zentralisator, Normalisator, Kommutator(untergruppe), normale Hülle und Zentrum definiert? Für welche Art von (Unter-)Gruppen sind diese jeweils trivial und welche universellen Eigenschaften erfüllen sie? Was sind Beispiele?

Sylow Was sind p -Gruppen und wie sind sie charakterisiert? Was sind p -Sylowuntergruppen? Wie lauten die Klassengleichungen? Wie lauten die Sylow-Sätze? Welche Aussagen gibt es, die sich durch die Sylow-Sätze beweisen lassen? Was sind bis auf Isomorphie alle Gruppen der Ordnung ≤ 15 ?

Grundbegriffe Ringe Was ist ein Ring, (Schief-)Körper, Integritätsbereich? Was heißt nullteilerfrei? Wann nennt man ein Element unipotent, nilpotent oder idempotent? Wie sind Polynomringe und Gruppenringe definiert? Was ist ein (maximales/Prim-) Ideal? Was sind Quotientenringe? Welche Eigenschaften von Idealen (prim, maximal...) korrespondieren zu welchen Eigenschaften der Quotientenringe (nullteilerfrei, Körper, ...)? Wie lauten Homomorphie- und Isomorphie-sätze? Wie lokalisiert man an einer multiplikativen Teilmenge und was ist der Quotientenkörper eines Rings? Wie ist das Radikal eines Ideals definiert? Wann ist ein Element irreduzibel, wann prim?

Arten von Ringen Was ist ein Hauptidealring? Was sind (Gegen-)Beispiele? Was ist ein euklidischer Ring? Was sind (Gegen-)Beispiele? Was ist ein faktorieller Ring? Was sind (Gegen-)Beispiele? Was ist eine Primfaktorenzerlegung? Was sind kgV und ggT und wie kann man sie bestimmen? Wann heißt ein Ring Noethersch und von welchen Ringen wissen wir, daß sie es (nicht) sind? Wie lautet der Hilbertsche Basisatz? Wie lautet der Satz von Gauß über faktorielle Ringe? Wie lautet der Chinesische Restsatz und wie wendet man ihn beispielsweise an?

Auflösbarkeit Was ist eine Normalreihe und was sind ihre Faktoren? Was heißt auflösbar? Auf welche Konstruktionen (Untergruppe, Quotientengruppe, Produkte ...) überträgt sich die Auflösbarkeit? Welches sind Beispiele für (nicht) auflösbare Gruppen? Wann läßt sich aus der Gruppenordnung Auflösbarkeit folgern? Was sind die höheren Kommutatorgruppen?

Irreduzibilität in Polynomringen Wie lautet das Eisensteinkriterium?

Grundbegriffe Moduln Was ist ein R -Modul und welche Beispiele gibt es dafür? Was sind Moduln über Körpern bzw. Moduln über den ganzen Zahlen? Was sind Untermoduln, Quotientenmoduln und kurze exakte Sequenzen von Moduln? Wie kann die Menge der R -Modulhomomorphismen zwischen zwei Moduln wieder als R -Modul aufgefasst werden? Was ist Torsion? Wann ist ein Modul endlich erzeugt? Wie lautet der Elementarteilersatz über endlich erzeugte Moduln über Hauptidealringen? Was ist ein zyklischer Modul? Wann heißt ein Modul unzerlegbar? Was ist die (direkte) Summe und das Produkt einer Familie von Moduln? Was ist eine kurze exakte und zerfallende Sequenz. Was ist das Tensorprodukt zweier R -Moduln und welche universelle Eigenschaft erfüllt es?



Folio 80b aus der Handschrift