Mathematisches Institut
Dr. Clemens Kienzler

Wintersemester 2014/2015

Angewandte Mathematik und Statistik

Übungsblatt 1 — Abgabe in der Woche ab dem 20. Oktober 2014

Aufgabe 1 (2 + 4 + 4 Punkte)

a) Sei A: „Es existiert eine Person, die nicht aufmerksam in der Vorlesung sitzt."
Formulieren Sie $\neg A$.

b) Sei B: „Es existiert genau eine Person, die nicht aufmerksam in der Vorlesung sitzt."
Finden Sie die Aussage C, für die man B als Verknüpfung $B = A \wedge C$ schreiben kann.

c) Sei D: „Alle bis auf eine Person sitzen aufmerksam in der Vorlesung."
Formulieren Sie $\neg D$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf der Dreidörferinsel gab es drei Dörfer. Ein Dorf hieß Wahrheit, das zweite Unwahrheit und das dritte Halbwahrheit. Verständlicherweise sprachen die Einwohner des ersten Dorfes stets die Wahrheit, die des zweiten Dorfes stets die Unwahrheit und die des dritten Dorfes abwechselnd die Wahrheit und die Unwahrheit, und zwar konnte ihre erste Antwort sowohl wahr als auch falsch sein. Ein Logiker traf gleichzeitig fünf Inselbewohner: Schielauge, Bart, Stubsnase, Pausbacke und Langohr. Um herauszubekommen, wer aus welchem Dorf stammt, bat er die ersten beiden der Reihe nach zu erzählen, wer in welchem Dorf wohnt. Schielauge antwortete, dass Bart ein Halbwahrer, Stubsnase ein Wahrer, Pausbacke ein Halbwahrer und Langohr ein Unwahrer ist. Bart antwortete, dass Schielauge ein Halbwahrer, Stubsnase ein Unwahrer, Pausbacke ein Wahrer und Langohr ein Halbwahrer ist. Aus diesen Antworten konnte der Logiker feststellen, wer der fünf Inselbewohner in welchen Dorf wohnt. Zu welchem Ergebnis kam er und welche Überlegungen stellte er an? (Aus dem mathematischen Vorkurs in Siegen.)

Aufgabe 3 (4 + 6 Punkte)

Sei M eine beliebige Menge. Wir definieren die Mengen

$$A := \{\times, \circ, \triangle, 1\} \text{ und } B := \{1, M, \triangle\}.$$

a) Bestimmen Sie $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ und $B \setminus A$.

b) In welchem Teilmengen-Verhältnis stehen die Mengen $A \cup B$ und $A \cap B$ zueinander (für beliebige Mengen A und B)? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Beweisen Sie: $A_1 \subset A_2$ genau dann, wenn $A_1 \cap A_2 = A_1$.