

---

**Analysis in mehreren Veränderlichen**

Übungsblatt 8

Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 12. Dezember 2013

---

**Aufgabe 29 (10 Punkte)**

Gegeben sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f(x) := (x_1^2 - x_2^2, 2x_1x_2)$ .

Zeigen Sie, dass  $f$  an jeder Stelle  $x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$  lokal umkehrbar ist und berechnen Sie die Ableitung in  $y := f(x)$ . Ist  $f$  auch global umkehrbar?

**Aufgabe 30 (10 Punkte)**

Es sei

$$p^{(2)} : (0, \infty) \times (0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, p^{(2)}(r, \varphi) := (x, y) := (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi))$$

die zweidimensionale Transformation auf Polarkoordinaten.

Untersuchen Sie die Funktion auf Existenz der Ableitung der Umkehrfunktion und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

**Aufgabe 31 (10 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die implizit gegebene Fläche

$$x^4 \cos(z) + yz \log(x) = x + z$$

lokal bei  $(1, 3, 0)$  nach  $z$  auflösbar ist. Berechnen Sie die partiellen Ableitungen der lokalen Auflösung  $z = z(x, y)$  an der Stelle  $(1, 3)$ .

**Aufgabe 32 (10 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$e^{\sin(xy)} + x^2 - 2y = 1$$

nahe  $(0, 0)$  nach  $y$  aufgelöst werden kann und berechnen Sie die Ableitung der Auflösungsabbildung im Punkt 0.