Mathematisches Institut
Prof. Dr. Matthias Kreck
Clemens Kienzler
Wintersemester 13/14

Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 5 — Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 21. November 2013

Aufgabe 17 (10 Punkte)

Man zeige, dass die Gleichung $z^3 + z + xy = 1$ für jedes $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ genau eine (reelle) Lösung $z =: f(x, y)$ hat.

Aufgabe 18 (10 Punkte)

Man zeige für die Abbildung f aus Aufgabe 17, dass $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist, und berechne $df_{(1,1)}$. Man untersuche $f(x, y)$ auf Extrema.

Aufgabe 19 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass Realteil und Imaginärteil der komplexen Exponentialfunktion differenzierbar sind (als Abbildungen von $\mathbb{R}^2$ nach $\mathbb{R}$) und berechnen Sie die Ableitungen.

Aufgabe 20 (10 Punkte)

Sei v in $\mathbb{R}^n$ fest. Konstruieren Sie eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, die genau ein globales Maximum in v hat. Denken Sie über Funktionen nach, die an zwei vorgegebenen Stellen ein lokales Minimum bzw. Maxiumum haben.