Mathematisches Institut
Prof. Dr. Matthias Kreck
Clemens Kienzler
Wintersemester 13/14

universität**bonn**

Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 3 — Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 7. November 2013

Aufgabe 9 (10 Punkte)

Sei $D \subset \mathbb{R}^n$ eine Menge. Ein Punkt $x \in D$ heißt isolierter Punkt, falls es $r \in \mathbb{R}$, $r > 0$ gibt so dass $\{y \mid \|x - y\| < r\} \cap D = \{x\}$ ist.
Zeigen Sie: Eine Funktion $f : D \to \mathbb{R}$ ist in isolierten Punkten immer stetig.

Aufgabe 10 (10 Punkte)

Zeigen Sie: Seien $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ und $g : (a, b) \to \mathbb{R}$ n-mal stetig differenzierbar. Dann gilt:

$$(fg)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} f^{(i)} g^{(n-i)}$$

Aufgabe 11 (10 Punkte)

Verwenden Sie die Formel aus Aufgabe 10, um die binomische Formel zu beweisen.

Aufgabe 12 (10 Punkte)

Sei (X, d) metrischer Raum und $A, B \subset X$. Definiere $d(A, B) := inf\{d(x, y) : x \in A, y \in B\}$.
Zeigen Sie: Falls A kompakt ist, B abgeschlossen und $A \cap B = \emptyset$, dann ist $d(A, B) > 0$.