Mathematisches Institut
Prof. Dr. Matthias Kreck
Clemens Kienzler
Wintersemester 13/14

Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 2 — Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 31. Oktober 2013

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Entscheiden Sie bei den folgenden Teilmengen des $\mathbb{R}^n$, ob sie offen, abgeschlossen, kompakt sind:

a) $\{x \in \mathbb{R} | \, x > 0\}$.

b) $\{x \in \mathbb{R} | \, x \leq 0\}$.

c) $\{x \in \mathbb{R}^n | \, x_i \leq 1$ für alle $1 \leq i \leq n\}$.

Aufgabe 6 (10 Punkte)

Beweisen Sie das folgende: Seien $K_1 \subset \mathbb{R}^n$ und $K_2 \subset \mathbb{R}^m$ kompakt, dann ist $K_1 \times K_2 \subset \mathbb{R}^{n+m}$ kompakt.

Aufgabe 7 (10 Punkte)

Sei X mit Metrik d ein metrischer Raum. Sei $y \in X$ ein fester Punkt. Zeigen Sie, dass die Abbildung $X \to \mathbb{R}$, $x \mapsto d(x, y)$ stetig ist.

Aufgabe 8 (10 Punkte)

Seien X_1 mit Metrik d_1 und X_2 mit Metrik d_2 metrische Räume. Untersuchen Sie, welche der Abbildungen $d : (X_1 \times X_2) \times (X_1, X_2) \to \mathbb{R}$ eine Metrik auf $X_1 \times X_2$ ist:

a) $d((x_1, x_2), (y_1, y_2)) := min\{d_1(y_1, x_1), d_2(y_2, x_2)\}$.

b) $d((x_1, x_2), (y_1, y_2)) := max\{d_1(y_1, x_1), d_2(y_2, x_2)\}$.

c) $d((x_1, x_2), (y_1, y_2)) := \sqrt{d_1(y_1, x_1)^2 + d_2(y_2, x_2)^2}$.