
Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 12

Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 24. Januar 2012

Aufgabe 45 (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass $[a, b]^n \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^n)$.
- b) Zeigen Sie: Sind A und B Lebesguemengen mit $B \subset A$, dann ist $A \setminus B$ auch Lebesguemenge und es gilt $m^n(A \setminus B) = m^n(A) - m^n(B)$.

Aufgabe 46 (10 Punkte)

Das Zählmaß sei für jede Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^n$ definiert als

$$\mu(A) := \begin{cases} \text{Anzahl der Elemente von } A, & \text{falls } A \text{ endlich} \\ \infty, & \text{falls } A \text{ nicht endlich.} \end{cases}$$

Welche der Eigenschaften des Lebesguemaßes besitzt auch das Zählmaß, welche nicht?

Aufgabe 47 (10 Punkte)

Sei $s > 0$ und $R > 0$. Berechnen Sie $\int_{B_R(0)} |x|^s dm^n$.

Aufgabe 48 (10 Punkte)

Berechnen Sie $\int_0^2 \int_{x_1}^2 x_2^2 \cos\left(\frac{\pi x_1}{2x_2}\right) dm^1(x_2) dm^1(x_1)$.