Mathematisches Institut
Prof. Dr. Herbert Koch
Clemens Kienzler
Wintersemester 12/13

universitätbonn

Analysis in mehreren Veränderlichen

Übungsblatt 8 — Abgabe vor Beginn der Vorlesung am 6. Dezember 2012

Aufgabe 29 (10 Punkte)

Gegeben sei $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ mit $f(x) := (x_1^2 - x_2^2, 2x_1x_2)^T$.
Zeigen Sie, dass f an jeder Stelle $x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ lokal umkehrbar ist und berechnen Sie die Ableitung in $y := f(x)$. Ist f auch global umkehrbar?

Aufgabe 30 (10 Punkte)

Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ offen und beschränkt. Außerdem sei $f : \overline{U} \longrightarrow \mathbb{R}^n$ stetig auf $\overline{U}$ und die Einschränkung $f|_U$ stetig differenzierbar auf U mit invertierbarer Ableitung $Df(x)$ für alle $x \in U$.
Zeigen Sie, dass $\sup\limits_{x \in \overline{U}} |f(x)| = \sup\limits_{x \in \partial U} |f(x)| < \infty$ gilt.

Aufgabe 31 (10 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion der zweidimensionalen Polarkoordinaten aus Aufgabe 19 a).

Aufgabe 32 (10 Punkte)

Eine Kurve im $\mathbb{R}^2$ sei implizit gegeben durch $x^2 + y^3 - x^4y^5 = 1$. Offensichtlich liegt der Punkt $(1, 1)$ auf der Kurve.
Betrachten Sie y als Funktion von x und berechnen sie $y'(1)$.