Analysis 2

07.06.2018

PROF. DR. H. KOCH
DR. F. GMEINEDER

Abgabe: 21.06.2018 in der Vorlesung

universitätbonn

Übungsblatt 9

Aufgabe 1: **10 Punkte**

Sei $d > 2$. Bestimmen Sie das Maximum von $f(x) := \sin(x_1) + ... + \sin(x_d)$ auf der Menge

$$\mathcal{G} := \{x = (x_1, ..., x_d)^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^d : \; x_1 + ... + x_d = 2\pi, \text{ und } 0 \leq x_j \leq \pi \text{ für alle } j \in \{1, ..., d\}\}.$$

Aufgabe 2: **10 Punkte**

Seien $a, b, c > 0$ mit $ac > b^2$ gegeben. Durch

$$\mathcal{E} := \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : \; ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2 = 1 \right\}$$

wird eine Ellipse im $\mathbb{R}^2$ definiert. Bestimmen Sie mit Beweis diejenigen Punkte der Ellipse, die von $0 \in \mathbb{R}^2$ den maximalen Abstand haben (bzgl. der Euklidischen Norm).

Aufgabe 3: **3 + 4 + 3 = 10 Punkte**

Definiere

$$\mathcal{M} := \{(x, y, z)^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 = 2z^2 \text{ und } x + y + z = 1\}.$$

(a) Welche geometrische Form hat $\mathcal{M}$? Fertigen Sie eine Skizze an und begründen Sie Ihre Entscheidung.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathcal{M}$ eine eindimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ ist.

(c) Bestimmen Sie mit Beweis den Tangentialraum an $\mathcal{M}$ an $(1, 1, -1)^{\mathsf{T}}$.

Aufgabe 4: **3 + 4 + 3 = 10 Punkte**

Definiere

$$\mathcal{M} := \left\{ \begin{pmatrix} (2 + \cos(\varphi))\cos(\psi) \\ (2 + \cos(\varphi))\sin(\psi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} : \; \varphi, \psi \in \mathbb{R} \right\}.$$

(a) Welche geometrische Form hat $\mathcal{M}$? Fertigen Sie eine Skizze an und begründen Sie Ihre Entscheidung.

(b) Zeigen Sie, dass $\mathcal{M}$ eine zweidimensionale Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^3$ ist.

(c) Bestimmen Sie eine Basis des Tangentialraums an $\mathcal{M}$ im Punkt $(2, 0, 1)^{\mathsf{T}}$.

HELPDESK ZUR ANALYSIS 2: MONTAGS, 13-16 UHR & DONNERSTAGS, 10-13 UHR, RAUM N1.002, ENDENICHER ALLEE 60 (NEBENGEBÄUDE, 1. STOCK)