
Einführung in die Komplexe Analysis

Übungsblatt 5

Abgabe in den Übungen am 15. Mai 2015

Aufgabe 17 (10 Punkte)

Sei $G := \mathbb{C} \setminus [0, 1]$ und $f : G \rightarrow \mathbb{C}$ gegeben durch $f(z) := \frac{1}{z(z-1)}$. Zeigen Sie, dass für jeden geschlossenen Integrationsweg $\gamma \subset G$ dann

$$\int_{\gamma} f(z) dz = 0$$

gilt.

Aufgabe 18 (je 2 Punkte)

Sei γ ein Integrationsweg von $1 + i$ nach $2i$. Berechnen Sie $\int_{\gamma} f(z) dz$ für

- a) $f(z) := \cos(1 + i)z$.
- b) $f(z) := iz^2 + 1 - 2iz^{-2}$.
- c) $f(z) := (z + 1)^{-3}$.
- d) $f(z) := ze^{iz}$.
- e) $f(z) := z^{-1}$.

Aufgabe 19 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass $z \mapsto \operatorname{Re}(z)$ und $z \mapsto |z|^2$ auf \mathbb{C} keine Stammfunktion haben.

Aufgabe 20 (10 Punkte)

Seien $c, d > 0$. Zeigen Sie, dass

$$\int_0^{2\pi} (c^2 \cos^2(t) + d^2 \sin^2(t))^{-1} dt = \frac{2\pi}{cd}$$

gilt.

Hinweis: Betrachten Sie $\gamma(t) := c \cos(t) + id \sin(t)$ und berechnen Sie $\int_{\gamma} z^{-1} dz$ mittels Homotopieinvarianz.