

HAUPTSEMINAR MATHEMATISCHE LOGIK (S2A2) WS 2021/22

Entscheidbarkeit und automatisches Beweisen

Zeit und Ort. Dienstag 10 (ct) -12

Abstrakt. Fragen der Entscheidbarkeit spielen eine zentrale Rolle in der mathematischen Logik und der theoretischen Informatik. Zwei Hauptwerkzeuge in Entscheidungsverfahren für Theorien erster Stufe sind die Quantoren-Elimination und die Automatentheorie. In diesem Seminar werden beide Methoden anhand von Beispielen und praktischen Implementierungen untersucht. Anschließend wenden wir uns den Anwendungen dieser Methoden im Studium kombinatorischer Eigenschaften unendlicher Wörter zu. Hier gibt es die Möglichkeit vorhandene Implementierungen der Entscheidungsverfahren (z.B. Walnut [8] und Pecan [10, 11]) zu nutzen, um mathematische Resultate automatisch zu beweisen.

Vorraussetzungen. Allgemeine Voraussetzung für das Seminar sind Kenntnisse der mathematischen Logik wie im Modul “Einführung in die Mathematische Logik” (V2A2). Für die Anwendungen werden einfache algebraische Grundlagen über Gruppen, Ringe und Körper benötigt. Für einige Vorträge ist die Bereitschaft sich in die Programmiersprache OCaml (Vorträge 1-3) oder in die Implementierungen Walnut und Pecan (Vorträge 8-11) einzuarbeiten hilfreich.

Vorträge.

- (1) Quantifier elimination and dense linear orders, [5, p. 328-336]
- (2) Presburger Arithmetic and Cooper’s algorithm, [5, p. 336-350] (zwei Vorträge)
- (3) (★) Complex Numbers [5, p. 352-366]
- (4) Finite automata and decision problems, [7, Section 2.2 & 2.7]
- (5) Closure properties, [7, Section 2.3]
- (6) Decidability of Büchi arithmetic, [3, Section 6]
- (7) (★) Extending Büchi arithmetic to real numbers, [2]
- (8) Automated theorem proving in combinatorics on words, [4]
- (9) Decision procedures for Fibonacci words, [9, Section 2 & (parts of) Section 3]
- (10) An adder for Ostrowski numeration systems, [1, Section 2]
- (11) (★) Decidability of Sturmian words. [6]

Vorträge mit (★) können bei niedriger Teilnehmerzahl wegfallen.

REFERENCES

1. Aseem Baranwal, Luke Schaeffer, and Jeffrey Shallit, *Ostrowski-automatic sequences: theory and applications*, Theoret. Comput. Sci. **858** (2021), 122–142. MR 4208066
2. Bernard Boigelot, Stéphane Rassart, and Pierre Wolper, *On the expressiveness of real and integer arithmetic automata*, International Colloquium on Automata, Languages, and Programming, Springer, 1998, pp. 152–163.
3. Véronique Bruyère, Georges Hansel, Christian Michaux, and Roger Villemaire, *Logic and p-recognizable sets of integers*, vol. 1, 1994, Journées Montoises (Mons, 1992), pp. 191–238. MR 1318968
4. Daniel Goč, Dane Henshall, and Jeffrey Shallit, *Automatic theorem-proving in combinatorics on words*, Internat. J. Found. Comput. Sci. **24** (2013), no. 6, 781–798. MR 3158968

5. John Harrison, *Handbook of practical logic and automated reasoning*, Cambridge University Press, Cambridge, 2009. MR 2503047
6. Philipp Hieronymi, Dun Ma, Reed Oei, Luke Schaeffer, Christian Schulz, and Jeffrey O. Shallit, *Decidability for sturmian words*, **arXiv:2102.08207** (2021).
7. Bakhadyr Khoussainov and Anil Nerode, *Automata theory and its applications*, Birkhauser Boston, Inc., Secaucus, NJ, USA, 2001.
8. Hamoon Mousavi, *Automatic Theorem Proving in Walnut*, **arXiv:1603.06017** (2016).
9. Hamoon Mousavi, Luke Schaeffer, and Jeffrey Shallit, *Decision algorithms for Fibonacci-automatic words, I: Basic results*, RAIRO Theor. Inform. Appl. **50** (2016), no. 1, 39–66. MR 3518158
10. Reed Oei, Eric Ma, Christian Schulz, and Philipp Hieronymi, *Pecan*, available at <https://github.com/ReedOei/Pecan>, 2020.
11. ———, *Pecan: An Automated Theorem Prover for Automatic Sequences using Büchi automata*, **arXiv:2102.01727** (2021).