

EINFÜHRUNG IN DIE MATHEMATISCHE LOGIK, UNIVERSITÄT BONN, SOMMER 2021

1. ORGANISATION

- Kontakt: bitte schreiben Sie mir mit Fragen oder Anregungen an schlicht@math.uni-bonn.de
- Vorlesung Montag 14:15-15:45, Mittwoch 13:30-15:00
Übungstermine werden bekanntgegeben
Vorlesungszeit voraussichtlich 12. April - 23. Juli 2021 (ohne 24. - 28. Mai), 14 Wochen
Format: in Person oder online (Mix aus Videos und virtuellen Meetings)
 - ▷ Vorlesung 4h/ Woche, Dr. Philipp Schlicht
 - ▷ Übungen: 2h/ Woche, Adrian De Lon, Tutoren, Übungsaufgaben einmal pro Woche
- Modul V2A2, 9 Leistungspunkte, Studiengang Bachelor Mathematik 3.-5. Semester (Bereich A Wahlpflichtbereich), Bachelor Lehramt Mathematik 5. Semester (Wahlpflichtbereich)
- Prüfung: benotete schriftliche Prüfung, Zulassungsvoraussetzung ist erfolgreiche Teilnahme an den Übungen

2. VORKENNTNISSE

Mathematische Grundkenntnisse im Rahmen der Vorlesungen des ersten Studienjahres.

3. ZIELE

Verständnis grundlegender Konzepte der Mathematischen Logik bis zum Gödelschen Vollständigkeitssatz mit Anwendungen. Grundlegung der Mathematik mit Hilfe von Prädikatenlogik und Zermelo-Fraenkelscher Mengenlehre. Fähigkeit zum Formalisieren von mathematischen Begriffen und Beweisen. Wissen um Möglichkeiten und Grenzen der formalen Methode.

4. INHALTE

Strukturen und Formeln

- Prädikatenlogik

Axiome und Mengen

- Ordinal- und Kardinalzahlen
- Transfinite Induktion

Formale Beweise

- Hilberts Beweiskalkül
- Vollständigkeit des Beweiskalküls (Gödel)
- Kompaktheitssatz und Anwendungen

- Testen von formalen Beweisen mittels Natural Language Proof Checking (Naproche) in den Übungen

Unvollständigkeit von Axiomensystemen

- Gödels erster Unvollständigkeitssatz

Modelltheorie

- Satz von Löwenheim-Skolem
- Axiomatisierbare Klassen von Strukturen
- Quantorenelimination

Prof. Peter Koepke wird im Rahmen der Vorlesung einen Gastvortrag zur Einleitung in formale Mathematik mit Naproche (Natural Language Proof Checking) halten. Wir werden diese Software in einigen Übungsaufgaben verwenden. Naproche wurde am Mathematischen Institut entwickelt.

5. LITERATUR ZUR VORLESUNG

Es ist geplant, das parallel zur Vorlesung ein Skript hochgeladen wird. (Frühere Skripten anderer Dozenten finden Sie auf den Webseiten der Bonner Logik.) Es gibt viele einleitende Bücher zur Mathematische Logik, die ich empfehlen kann, zum Beispiel:

- Martin Ziegler: *Mathematische Logik*, Birkhäuser Mathematik Kompakt 2010 (kurzgefasste Einleitung, wir werden Kapitel 1 und 2 ansehen)
- Halbeisen, Krapf: *Gödel's Theorems and Zermelo's Axioms*, Birkhäuser 2020 (umfangreicher, zum lesen)
- Schimmerling: *A Course in Set Theory*, Cambridge University Press 2011 (schöne Einleitung in die Mengenlehre)

6. ANDERE VERANSTALTUNGEN

- Ein Hauptseminar (Bachelor) wird sich parallel zur Vorlesung mit dem Thema *Mengenlehre und formale Beweise* beschäftigen. Dozenten: Prof. Peter Koepke, Dr. Philipp Schlicht.
- Prof. Philipp Hieronymi wird im Winter 2021 eine Vorlesung zum Thema Modelltheorie halten.

Das Gebiet ist für Bachelor- und Masterarbeiten geeignet.