Elemente der Mathematik - Sommer 2017

Prof. Dr. Peter Koepke, Thomas Poguntke Präsenzblatt 9

Aufgabe 1. Sei $x \in \mathbb{C}$ ein Punkt auf dem Einheitskreis. Parametrisieren Sie die Tangente T_x des Einheitskreises an x in Polarkoordinaten.

Aufgabe 2. Sei $n \in \mathbb{N}$, und μ_n die Menge der n-ten Einheitswurzeln in $\mathbb{C}$. Wir bezeichnen mit O_2 die Menge der linearen euklidischen Bewegungen $\beta_A \colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ für entsprechende $A \in \mathbb{C}^2$. Schließlich sei $D_n = \{\beta \in O_2 \mid \beta(\mu_n) = \mu_n\}$.

(a) Zeigen Sie, dass $E = \{\beta_A \in O_2 \mid A \in \mathbb{Z}[i]^2\}$ eine Untergruppe von O_2 der Ordnung 8 ist. Vergleichen Sie E mit D_4.

(b) Begründen Sie, dass D_n die Symmetriegruppe des regulären n-Ecks ist.

Aufgabe 3.

(a) Finden Sie die komplexen Nullstellen des Polynoms $X^2 + 4iX + 5$.

(b) Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Lösen Sie die Gleichung $(X - a)^7 = b^7$ über $\mathbb{C}$.

(c) Sei $z \in \mathbb{C}$ eine nicht-reelle Nullstelle des Polynoms $X^2 - \sqrt{3}X + b$. Stellen Sie z in Polarkoordinaten dar.