

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1. Sei M eine Menge. Beweisen Sie, dass es Bijektionen $M \rightarrow \{0\} \times M$ und $M \rightarrow \{1\} \times M$ gibt.

Aufgabe 2. Zeigen Sie die Gleichheit $M \times (N \cup P) = (M \times N) \cup (M \times P)$ für Mengen M, N und P . Welche Rechenregel für Kardinalzahlen kann man daraus folgern?

Aufgabe 3. Seien μ, ν, π Kardinalzahlen. Beweisen die Rechenregeln

(a) $(\mu + \nu) + \pi = \mu + (\nu + \pi)$

(b) $\mu + 0 = \mu$

(c) $\mu \cdot 1 = \mu$

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass die Addition von Kardinalzahlen wohldefiniert ist, d.h. zeigen Sie, dass für Mengen M, N, M' und N' mit $|M| = |M'|$ und $|N| = |N'|$ und $M \cap N = \emptyset$ sowie $M' \cap N' = \emptyset$ auch $|M \cup N| = |M' \cup N'|$ gilt.

Aufgabe 5. Beweisen Sie die Rechenregel $(\mu \cdot \nu)^\pi = \mu^\pi \cdot \nu^\pi$ für Kardinalzahlen μ, ν und π .