Präsenzaufgaben

Aufgabe 1. Seien α und β zwei Stufenwinkel und g und h die zwei dazugehörenden Geraden. Beweisen Sie per Widerspruch: Wenn $\alpha = \beta$ gilt, so sind g und h parallel. Sie dürfen dazu alle Kenntnisse aus der Schulmathematik verwenden.

Aufgabe 2. Sei $\varphi(x)$ eine aussagenlogische Formel.

(a) Negieren Sie $\forall x \varphi(x)$ und $\exists x \varphi(x)$. Begründen Sie Ihre Antwort (informell).

(b) In der Analysis arbeitet man oft mit sogenannten "ε-δ-Definitionen"; ein Beispiel ist folgende Definition: Eine Folge $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ heisst *Cauchy-Folge*, falls

$$\forall\, \varepsilon > 0 \quad \exists N \in \mathbb{N}, \text{ so dass } \forall n \geq N \text{ und } \forall k \geq 1 \text{ gilt: } |s_n - s_{n+k}| < \varepsilon.$$

Negieren Sie diese Defintion.

Aufgabe 3. Sei $X = \{a, b\}$, $Y = \{\triangle, \square\}$.
Definieren die unten aufgefhrten Vorschriften eine Funktion von X nach Y? Falls ja, sind sie injektiv, surjektiv, bijektiv?

(a)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r] \arrow[dr] & \triangle \\ b \arrow[r] & \square \end{tikzcd}$$

(b)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r] & \triangle \\ b & \square \end{tikzcd}$$

(c)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[dr] & \triangle \\ b \arrow[ur] & \square \end{tikzcd}$$

(d)
$$\begin{tikzcd} a \arrow[r] & \triangle \\ b \arrow[ur] & \square \end{tikzcd}$$

Was passiert, wenn links (Buchstaben) und rechts (Figuren) nicht mehr die gleiche Anzahl von Objekten steht? Gibt es injektive, surjektive Funktionen?

Aufgabe 4. Geben Sie Beispiele für Funktionen von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{N}$ an, die

(a) surjektiv, aber nicht injektiv,

(b) injektiv, aber nicht surjektiv,

(c) bijektiv, aber ungleich der Identität,

(d) weder surjektiv noch injektiv sind.