

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1. Vereinfachen Sie den folgenden aussagenlogischen Term, indem Sie die Regeln der Aussagenlogik verwenden:

$$((X \wedge Y) \vee \neg(\neg X \vee Y)) \vee (\neg(\neg Z \vee \neg Y) \wedge (X \wedge \neg Y)).$$

Aufgabe 2. Seien φ und ψ aussagenlogische Formeln. Dann heisst φ *hinreichend* für ψ , falls “ φ impliziert ψ ” wahr ist. In diesem Fall heisst ψ *notwendig* für φ .

- (a) Überlegen Sie sich kurz, wieso diese Terminologie Sinn macht.
- (b) Für eine reelle Zahl x sei φ die Aussage $x^2 < 4$. Geben Sie jeweils eine Bedingung für x an, die für φ
- (i) notwendig, aber nicht hinreichend
 - (ii) hinreichend, aber nicht notwendig
 - (iii) hinreichend und notwendig
 - (iv) weder notwendig noch hinreichend ist.

Aufgabe 3 (Äquivalenzbeweis). Seien φ und ψ aussagenlogische Formeln. Der Wahrheitswert von $\|\varphi \text{ gdw } \psi\|$ (gdw ist kurz für “genau dann, wenn”) ist definiert als $\|\varphi \rightarrow \psi\| \wedge \|\psi \rightarrow \varphi\|$. Beweisen sie für Mengen A, B

$$A = B \quad \text{gdw} \quad A \cap B = A \cup B.$$

Aufgabe 4. Seien S, T aussagenlogische Terme. Welche der folgenden Behauptungen stimmen? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) Falls $S \vee T$ eine Tautologie ist, so ist entweder S eine Tautologie oder T eine Tautologie.
- (b) Falls $S \rightarrow T$ eine Tautologie ist und S eine Tautologie ist, so ist auch T eine Tautologie.