

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1.

- (a) Zeigen Sie, dass es (bis auf Umbenennung der Symbole) nur eine Gruppe mit 2 Elementen gibt.
- (b) Wie kann man anhand der Verknüpfungstabelle testen, ob eine Gruppe abelsch ist?

Aufgabe 2. Untersuchen Sie die folgende Operationen auf \mathbb{Z} auf Assoziativität und Kommutativität:

- (a) $x * y := x - y$
- (b) $x \circ y := x^2 + y^2$.

Finden Sie (falls möglich) neutrale und inverse Elemente.

Aufgabe 3. Sei G eine Menge und $*$ eine Operation auf G . Ein Element $e \in G$ heisst

- **linksneutral**, falls $e * a = a$ für alle $a \in G$.
- **rechtsneutral**, falls $a * e = a$ für alle $a \in G$.

- (a) Zeigen Sie, dass, falls G ein linksneutrales und ein rechtsneutrales Element besitzt, so müssen diese übereinstimmen.
- (b) Folgt aus der Existenz eines linksneutralen Elements auch schon die Existenz eines rechtsneutralen Elements?