Präsenzaufgaben

Aufgabe 1. Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Beweisen Sie folgende Rechenregeln:

(a) $a \mid b$ und $b \mid a \Rightarrow a = \pm b$.

(b) $a \mid b \Rightarrow a \mid bc$.

(c) $a \mid b$ und $a \mid c \Rightarrow a \mid (b + c)$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie folgende Aussagen:

(a) $\mathrm{ggT}(\mathrm{ggT}(a, b), b) = \mathrm{ggT}(a, b)$.

(b) Falls $c \mid ab$ und $d = \mathrm{ggT}(a, c)$, so folgt $c \mid db$.

(c) Ist c ungerade, $c \mid (a + b)$ und $c \mid (a - b)$, so folgt $c \mid \mathrm{ggT}(a, b)$.

(d) Falls $\mathrm{ggT}(a, b) = 1$ und $c \mid a$ und $d \mid b$, so folgt $\mathrm{ggT}(c, d) = 1$.

Aufgabe 3. Verwenden Sie den euklidischen Algorithmus um $\mathrm{ggT}(280, 147)$ zu berechnen und stellen Sie den ggT als Linearkombination von 280 und 147 dar.

Aufgabe 4. Beweisen Sie oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) Aus $a \mid b$ und $a \mid c$ folgt $a^2 \mid (b \cdot c)$.

(b) Aus $a \mid (b \cdot c)$ folgt $a \mid b$ oder $a \mid c$.

(c) Aus $a \mid b$ und $a \mid c$ folgt $a \mid (3b + 5c)$.

(d) Aus $a \nmid b$ und $a \mid c$ folgt $a \nmid (b + c)$.

(e) Aus $a \nmid b$ und $a \nmid c$ folgt $a \nmid (b + c)$.