

Elemente der Mathematik - Winter 2016/2017

Prof. Dr. Peter Koepke, Regula Krapf

Übungsblatt 6

Aufgabe 25 (4 Punkte). Seien M, N und P Mengen. Zeigen Sie, dass es Bijektionen

(a) $f : M \times N \rightarrow N \times M$ und

(b) $g : (M \times N) \times P \rightarrow M \times (N \times P)$

gibt. Welches Rechengesetze für Kardinalzahlen kann man daraus folgern?

Aufgabe 26 (6 Punkte). Beweisen Sie, dass

(a) die Multiplikation

(b) die Exponentiation

von Kardinalzahlen wohldefiniert ist.

Hinweis für (b): Betrachten Sie für Mengen M, N, M', N' und Bijektionen $f : M \rightarrow M'$ und $g : N \rightarrow N'$ die Funktion

$$h : M^N \rightarrow M'^{N'}, s \mapsto f \circ s \circ g^{-1}.$$

Aufgabe 27 (6 Punkte). Seien μ, ν und π Kardinalzahlen. Beweisen Sie die Rechenregeln

(a) $(\mu^\nu)^\pi = \mu^{\nu \cdot \pi}$

(b) $\mu^{\nu+\pi} = \mu^\nu \cdot \mu^\pi$.

Aufgabe 28 (2 Punkte). Für endliche Kardinalzahlen $\mu \neq 0$ gilt immer $\mu + \mu \neq \mu$. Betrachten Sie die Mengen

$$G := \{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$U := \{2n + 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$$

und zeigen Sie, dass dies im Unendlichen falsch ist.

Abgabe: Donnerstag, 08.12.2016 um 14:00