

## Elemente der Mathematik - Winter 2016/2017

Prof. Dr. Peter Koepke, Regula Krapf

Übungsblatt 2

**Aufgabe 6** (4 Punkte). Bestimmen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln, welche der folgenden aussagenlogischen Terme Tautologien sind.

- (a)  $(X \vee \neg Y) \rightarrow (Y \vee \neg X)$
- (b)  $((X \rightarrow Y) \wedge \neg Y) \rightarrow \neg X$ .

**Aufgabe 7** (2 Punkte). Verwenden Sie die Regeln der Aussagenlogik um zu beweisen, dass alle aussagenlogischen Terme nur mit Hilfe der Operationen  $\neg$  und  $\wedge$  ausgedrückt werden können, d.h. die Operationen  $\vee$  und  $\rightarrow$  sind überflüssig.

**Aufgabe 8** (2 Punkte). Gegeben sei die folgende Wahrheitstafel.

$X$	$Y$	(a)	(b)
W	W	W	W
W	F	W	F
F	W	F	F
F	F	W	W

Finden Sie entsprechende aussagenlogische Terme für (a) und (b), die nur die aus  $X, Y, \wedge, \vee$  und  $\neg$  bestehen.

**Aufgabe 9** (6 Punkte). Wir bezeichnen mit *Aussagen* solche Sätze, von welchen wir sinnvoll (und eindeutig!) sagen können, dass sie entweder wahr oder falsch sind. Sind  $X, Y$  Aussagen, so ist  $X$  die *Negation* von  $Y$ , falls  $X$  genau dann wahr ist, wenn  $Y$  falsch ist.

- (a) Welche der folgenden Sätze sind Aussagen? Begründen Sie Ihre Antwort und im Falle einer Aussage, geben Sie an, ob sie wahr oder falsch ist.
  - (1) Die Zahl 289041 ist durch 3 teilbar.
  - (2) Dieser Satz ist falsch.
  - (3) Ich sage nie die Wahrheit.
- (b) Verneinen Sie die folgenden Aussagen (Negation):
  - (1) Alle Frauen sind schön.
  - (2) Der Boden ist vom Regen nass oder jemand hat ihn mit dem Wasserschlauch vollgespritzt.
  - (3) Jede Frau und jeder Mann hat schon mindestens einmal im Leben nicht alles vom Teller aufgegessen.

**Aufgabe 10** (4 Punkte). “Meiers werden uns heute abend besuchen”, kündigt Frau Müller an. “Die ganze Familie, also Herr und Frau Meier mit ihren drei Kindern Lena, Kathrin und Walter?” fragt Herr Müller bestürzt. Darauf Frau Müller, die keine Gelegenheit vorbegehen lässt, ihren Mann zu logischem Denken anzuregen: “Nun, ich will es dir so erklären: Wenn Herr Meier kommt, dann bringt er auch seine Frau mit. Mindestens eines der beiden Kinder Walter und Kathrin kommt. Entweder kommt Frau Meier oder Lena, aber nicht beide. Entweder kommt Lena und Kathrin oder beide nicht. Und wenn Walter kommt, dann auch Kathrin und Herr Meier.”

- (a) Begründen Sie kurz durch Überlegen und sprachliches Argumentieren, wer alles zu Besuch kommt und wer nicht.
- (b) Drücken Sie alle Aussagen im obigen Text durch aussagenlogische Terme aus.
- (c) Verwenden Sie (b) um Ihre Lösung von (a) zu beweisen.