Prof. Dr. Peter Koepke, Regula Krapf
A. Pick, A. Ribelles, T. Weiß

# Normalformen

## Thesenpapier

Wie algebraische Formeln können aussagenlogische Formeln auf verschiedene Arten dargestellt werden. Im Folgenden ist ein *Literal* $l$ eine aussagenlogische Variable oder ihre Negation.

| **Normalform** | **NNF** | **DNF** | **CNF** |
|---|---|---|---|
| **Algebraische Entsprechung** | Minus nur direkt vor Variablen | Ausmultiplizierte Gleichung | Faktorisierte Gleichung |
| **Form** | Nur Literale, $\wedge, \vee$ oder $\bot, \top$ | $D_1 \vee \ldots \vee D_n$ mit $D_i = l_{i_1} \wedge \ldots \wedge l_{i_m}$ | $C_1 \wedge \ldots C_n$ mit $C_i = l_{i_1} \vee \ldots \vee l_{i_m}$ |
| **Beispiele** | $p, \neg p, \top$ | $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge r \wedge q)$ | $(r \vee \neg s \vee p) \wedge (p \vee q)$ |
| **Vorteil** | Direkt sichtbar, ob Literale negiert auftreten | Erfüllbarkeit leicht zu testen | Allgemeingültigkeit leicht zu testen |

**Definitionale CNF** Man erhält eine CNF, wenn man schrittweise die Teile der Formel durch neue Variablen ersetzt und die Definition anfügt, z.B.

$$p \vee (\underbrace{q \wedge \neg r}_{p_1}) \Leftrightarrow (p_1 \Leftrightarrow q \vee \neg r) \wedge (p \vee p_1)$$

Danach wird die Definition jeweils mit den üblichen Methoden der Transformation aufgelöst und man erhält eine CNF.

**Satz.** *Die definitionale CNF ist zur ursprünglichen Formel erfüllbarkeitsäquivalent, d.h. für* $x \notin \texttt{atoms}(q)$ *gilt*

$$\texttt{psubst}\,(x \Mapsto q)\, p \text{ erfüllbar gdw. } (x \Leftrightarrow q) \wedge p \text{ erfüllbar.}$$

### Normalformen-Funktionen

| **Befehl** | **Funktion** |
|---|---|
| `psimplify fm` | Direkt auflösbare Terme auflösen. |
| `nnf fm` | NNF |
| `nenf fm` | NNF (Äquivalenz nicht eliminiert). |
| `rawdnf fm` | DNF über Transformation. |
| `dnf fm` | DNF über Mengendarstellung. |
| `defcnf fm` | Definitionale CNF. |