

Hauptseminar Mathematische Logik

Übungsblatt 3 Lösung

Syntax und Semantik der Logik erster Stufe

Aufgabe 1 Schreibe eine Funktion ,die die Primfaktoren einer positiven natürlichen Zahl wiedergibt.

```
let factors n =
  let rec aux d n =
    if n = 1 then [] else
      if n mod d = 0 then d :: aux d (n / d) else aux (d+1) n
  in
  aux 2 n;;
val factors : int -> int list = <fun>
```

Aufgabe 2 Schreibe eine Funktion die den größten gemeinsamen Teiler zweier positiver natürlicher Zahlen findet.

```
let rec gcd a b =
  if b = 0 then a else gcd b (a mod b);;
val gcd : int -> int -> int = <fun>
```

Aufgabe 3 Schreibe eine Funktion die die Elemente einer Liste zählt.

```
let length list =
  let rec aux n = function
    | [] -> n
    | _::t -> aux (n+1) t
  in aux 0 list;;
val length : 'a list -> int = <fun>
```

Aufgabe 4 Schreibe eine Funktion die die gebundenen Variablen einer Formel ausgibt.

```
let rec bv fm =
  match fm with
  | False | True -> []
  | Atom(R(p,args)) -> []
  | Not(p) -> bv p
  | And(p,q) | Or(p,q) | Imp(p,q) | Iff(p,q) -> union (bv p) (bv q)
  | Forall(x,p) | Exists(x,p) -> add (bv p) [x];;
```

Aufgabe 5 Gegeben ist der Code `bool interp`.

```
let bool_interp =
  let func f args =
    match (f,args) with
    | ("0",[]) -> false
    | ("1",[]) -> true
    | ("+", [x;y]) -> not(x = y)
    | ("*", [x;y]) -> x & y
    | _ -> failwith "uninterpreted function"
  and pred p args =
    match (p,args) with
    | ("=", [x;y]) -> x = y
    | _ -> failwith "uninterpreted predicate" in
  ([false; true],func,pred);;
```

Finde eine Formel die dort gilt und definiere ein Modell in dem die Formel nicht mehr gilt.

Aufgabe 6 Was passiert wenn man eine Formel erst in Pränexnormalform bringt und dann skolemisiert? Betrachte einige Beispiele.