
Mathematik für Physiker und Physikerinnen I

Wintersemester 2011-12

Prof. Dr. Peter Koepke

AOR Dr. Thoralf Räsch

Dr. Philipp Schlicht

Übungsaufgaben, Serie 10

Aufgabe 46. (4 Punkte) Wir betrachten die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Geben Sie eine Matrix $A \in M(4 \times 4, \mathbb{R})$ an, so dass der Unterraum $\mathcal{L}(v_1, v_2, v_3) \subseteq \mathbb{R}^4$ die Lösungsmenge des homogenen Gleichungssystems $(A, 0)$ ist.

Aufgabe 47 (6 Punkte). Berechnen Sie die Transformationsmatrix T_C^B für die Basen

$$B = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right),$$
$$C = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

des \mathbb{R}^3 .

Aufgabe 48 (6 Punkte). Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ist durch die darstellende Matrix

$$DM(f) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in M(3 \times 3, \mathbb{R}).$$

gegeben. Bestimmen Sie die darstellende Matrix $DM_{B,C}(f)$ bezüglich der Basen B und C aus Aufgabe 47.

Aufgabe 49 (6 Punkte). Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in [0, 2\pi)$ der folgenden Gleichungen:

- (a) $\sin(x) - \cos(x) = 1$,
- (b) $\sin(x) + \cos(x) = \sqrt{2}$,
- (c) $\sqrt{3}\sin(x) + \cos(x) = -2$.

Hinweis: Verwenden Sie die Gleichung $\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$ und Aufgabe 45 (b).

Aufgabe 50 (6 Punkte). Geben Sie jeweils an, für welche $x \in \mathbb{R}$ $f(x)$ definiert ist und in welchen $x \in \mathbb{R}$ f differenzierbar ist, und berechnen Sie $f'(x)$.

- (a) $f(x) = \frac{1+x+x^2}{1+x}$,
- (b) $f(x) = \frac{\sin(x)}{1-x}$,
- (c) $f(x) = \cos\left(\frac{1}{1+x^2}\right)$,
- (d) $f(x) = e^{-x^2}$,
- (e) $f(x) = e^x \tan(x)$,
- (f) $f(x) = e^{\cos(x)}$.

Abgabe Donnerstag, den 22. Dezember, bis 8:25 Uhr in der Vorlesung.