
Mathematik für Physiker und Physikerinnen I

Wintersemester 2011-12

Prof. Dr. Peter Koepke

AOR Dr. Thoralf Räsch

Dr. Philipp Schlicht

Übungsaufgaben, Serie 1

Aufgabe 1 (6 Punkte). Geben Sie über dem Körper der reellen Zahlen die jeweilige konkrete Lösungsmenge folgender Gleichungen bzw. Gleichungssysteme in den Unbekannten x , y und z an:

(a) $9x = 6y + 3$

(b) $9x = 6y + 3$ und $4x - 3y = 0$

(c) $9x = 6y + 3$ und $2x - y = 0$ und $8x = 6y + 4$

(d) $x + y = 4$ und $x - y = 2$

(e) $x + y + z = 1$ und $y + z = 2$

(f) $x + y + z = 0$ und $x + y - z = 4$

Aufgabe 2 (6 Punkte). Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystem in den Unbekannten x_1 , x_2 und x_3 über \mathbb{R} mit Hilfe des Gauß-Algorithmus:

$$5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 4$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 0$$

Aufgabe 3 (6 Punkte). Vereinfachen Sie:

(a) $\left(\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}\right)^{-1}$

(b) $\frac{x^4-1}{x-1}$

(c) $\frac{4x^3+4x^2+3x+9}{2x+3}$

Beweisen Sie:

- (d) $(a + b)^2 \leq 2(a^2 + b^2)$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$
- (e) $a^2 \leq \left(\frac{2ab}{a+b}\right)^2$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$ mit $0 < a \leq b$
- (f) $\max(a, b) = \frac{1}{2}(a + b + |a - b|)$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$ (dabei bezeichnet $|c|$ den Absolutbetrag von $c \in \mathbb{R}$)

Aufgabe 4 (6 Punkte). Zeigen Sie mit Hilfe der Binomialkoeffizienten:

- (a) $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n \leq \sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$ für alle $x \in \mathbb{R}$ mit $x \geq 0$ und alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$

Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

- (b) $n^2 \leq 2^n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 4$
- (c) $2^n < n!$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 4$

Aufgabe 5 (6 Punkte). Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

- (a) $\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$
- (b) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$

Abgabe Donnerstag, den 20. Oktober, bis 8:30 Uhr in der Vorlesung.

Bitte notieren Sie auf der ersten Seite Ihrer Abgabe gut lesbar Ihre Übungsgruppe und den Namen Ihres Tutors und heften Sie die Blätter zusammen. Sie können Ihre Lösungen zusammen mit einem oder zwei anderen Teilnehmern Ihrer Übungsgruppe abgeben. Jede Abgabe kann nur bis zu drei Teilnehmern der gleichen Übungsgruppe angerechnet werden.