

## Übungen zur Mengenlehre

1. Zeigen Sie:

(a)  $\forall x \forall y x \cap y \in V$

(b)  $\forall x \text{dom}(x) \in V$

(c)  $\forall x \forall y x \times y \in V$

(d) Für alle Klassen  $A, B, C$  gilt:  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,  
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

(e) Für alle Klassen  $A, B, C$  gilt:  $-(B \cap C) = -B \cup -C$ ,  $-(B \cup C) = -B \cap -C$

2. (a) Für ein geordnetes Paar  $w = (a, b)$  sei  $(w)_0 = a$ ,  $(w)_1 = b$ . Zeigen Sie:

(i)  $(w)_0 = \bigcup \bigcap w$

(ii)  $(w)_1 = \bigcup [\bigcup w - \bigcap w]$  falls  $\bigcup w \neq \bigcap w$ , sonst  $\bigcup \bigcup w$

(b) Werden durch  $(x, y, z) := \{\{x\}, \{x, y\}, \{x, y, z\}\}$  adäquat Tripel formalisiert?

3. Sei  $A$  eine Menge. Zeigen Sie:

(a) Sind  $x, y \in A$ , so sind  $\{x\}, \{x, y\} \in \mathfrak{P}(A)$  und  $(x, y) \in \mathfrak{P}(\mathfrak{P}(A))$ .

(b) Ist  $(x, y) \in A$ , so sind  $x, y \in \bigcup \bigcup A$ .

4. Geben Sie zu jeder der folgenden Klassen eine  $\epsilon$ -Formel  $\varphi$  an, so dass  $\{x \mid \varphi(x)\}$  das gesuchte Objekt ist:

(a) die Identitätsfunktion auf  $V$

(b) die Funktion, die  $x \in V$  auf  $\bigcup x$  abbildet

(c)  $V^3$

(d) die Projektion von  $V^3$  auf die erste Komponente.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 27. 10. 2010 in der Vorlesung