Mathematisches Institut
der Universität Bonn
S. Geschke, B. Irrgang

SoSe 2010
21. 04. 2010
Blatt 2

Übungen zur Mathematischen Logik

5. Verwenden Sie das Wahrheitstafelverfahren, um für jede mögliche Belegung $v : \{p, q\} \to 2$ die Wahrheitswerte von

$$(p \vee q) \wedge (\neg p \to \neg q)$$

zu bestimmen.

Eine Formel φ heißt in konjunktiver Normalform (KNF), wenn es Formeln φ_i gibt mit $\varphi = \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$, so dass für alle $1 \leq i \leq n$ Formeln ψ_{ij} existieren mit

(1) $\psi_{ij} = p$ oder $\psi_{ij} = \neg p$ für eine Aussagenvariable p

(2) $\varphi_i = \psi_{i1} \vee \ldots \vee \psi_{ik_i}$.

6. Zeigen Sie, dass zu jeder Formel φ eine Formel ψ in KNF existiert mit $\varphi \approx \psi$ und $var(\varphi) = var(\psi)$.

7. Beweisen Sie, dass $\{\neg, \vee\}$ und $\{\neg, \to\}$ aussagenlogische Basen sind, aber $\{\neg, \leftrightarrow\}$ und $\{\vee, \wedge, \to\}$ nicht.

8. Zeigen Sie: Für zwei Formeln φ, ψ ist $\varphi \leftrightarrow \psi$ genau dann eine Tautologie, wenn $v(\varphi) = v(\psi)$ für alle Belegungen $v : P \to 2$ gilt.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 28. 04. 2010 vor der Vorlesung