

Übungen zur Mengenlehre

Ab jetzt gelte das Auswahlaxiom.

29. Zeigen Sie, dass die Borel- σ -Algebra die Mächtigkeit der reellen Zahlen hat. An welchen Stellen in Ihrem Beweis verwenden Sie das Auswahlaxiom?

30. Beweisen Sie: Für jede Ordinalzahl $\alpha < \kappa^+$ gibt es eine Folge $\langle X_n \mid n \in \omega \rangle$, so dass $\alpha = \bigcup \{X_n \mid n \in \omega\}$ und $otp(X_n) \leq \kappa^n$ für alle $n \in \omega$ gilt.

31. (a) In der Vorlesung wurde der Beweis des Zornschen Lemmas skizziert. Führen Sie diesen aus. Zeigen Sie insbesondere, dass die dort durchgeführte Rekursion tatsächlich abbricht.

(b) Folgern Sie im Axiomensystem ZF aus dem Zornschen Lemma das Auswahlaxiom.

32. Zeigen Sie: Eine Relation $R \subseteq A \times A$ ist genau dann fundiert, wenn es keine Folge $\{x_n \mid n \in \omega\} \subseteq A$ gibt mit $\dots R x_2 R x_1 R x_0$.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 17. 12. 08 in der Vorlesungspause