Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

WS 08/09
22. 10. 08
Blatt 2

Übungen zur Mengenlehre

5. Sei ZF^- das System ZF ohne das Potenzmengenaxiom. Zeigen Sie, dass auch in ZF^- gilt:

$$\forall x \; \forall y \; \exists z \; z = x \times y.$$

6. Betrachten Sie das Axiomensystem, das aus ZF entsteht, indem man das Fundierungsschema weglässt aber dafür folgendes Fundierungsaxiom hinzufügt:

$$\forall x \; (x \neq \emptyset \rightarrow \exists y \in x \; x \cap y = \emptyset).$$

Zeigen Sie, dass auch in diesem System das volle Fundierungsschema gilt.

7. Zeigen Sie, dass $\{\{x\} \mid x \in V\}$ eine echte Klasse ist.

8. Sei $(P, <)$ eine linear geordnete Menge, so dass für alle $\in$-Formeln $\varphi(x, x_1, \ldots, x_n)$ gilt:

$$\forall x_1 \ldots \forall x_n (\forall x \in P \; (\forall y \in P (y < x \rightarrow \varphi(y, x_1, \ldots, x_n))$$
$$\rightarrow \varphi(x, x_1, \ldots, x_n)) \rightarrow \forall x \in P \; \varphi(x, x_1, \ldots, x_n)).$$

Zeigen Sie, dass $(P, <)$ dann eine Wohlordnung ist.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 29. 10. 08 in der Vorlesungspause