

Übungen zur Mathematischen Logik

13. Formulieren Sie für jeden der Junktoren $\wedge$, $\vee$ und $\rightarrow$ eine ableitbare Regel im Sequenzenkalkül, die diesen Junktor im Sukzedens einführt, und eine, die ihn im Sukzedens eliminiert. Leiten Sie die Regeln im Sequenzenkalkül ab, falls die Regel nicht selbst bereits eine der ursprünglichen Regeln ist oder in der Vorlesung bereits abgeleitet wurde.

Beispiele: Die $\vee$ -Einführung im Sukzedens ist eine der ursprünglichen Regeln. Der Modus ponens ist eine in der Vorlesung abgeleitete $\rightarrow$ -Elimination.

14. Leiten Sie die folgende Regel im Sequenzenkalkül ab:

$$\frac{\Phi \quad \psi \quad \varphi \quad \chi}{\Phi \quad (\psi \wedge \varphi) \quad \chi}.$$

15. Sei S eine Sprache. Seien Φ, Ψ Mengen von S -Ausdrücken, so dass $\Phi \cup \Psi$ widerspruchsvoll ist. Zeigen Sie, dass es dann einen S -Ausdruck φ mit $\Phi \vdash \varphi$ und $\Psi \vdash \neg\varphi$ gibt.

16. Interpretieren Sie in der Definition von $\models$ das Symbol $\equiv$ als Relationsymbol. Zeigen Sie, dass dann die Kalkülregeln, die die Gleichheit betreffen, nicht mehr korrekt sind.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 19. 05. 08 in der Vorlesung