Mathematisches Institut
der Universität Bonn
P. Koepke, B. Irrgang

SoSe 2008
28. 04. 08
Blatt 3

Übungen zur Mathematischen Logik

9. Sei S eine Sprache und Φ eine Menge von S-Sätzen. Man sage, Φ übertrage sich durch Homomorphismen, wenn gilt: Ist $\mathfrak{M} \models \Phi$ und $\pi : \mathfrak{M} \to \mathfrak{N}$ ein surjektiver Homomorphismus, so ist auch $\mathfrak{N} \models \Phi$. Zeigen Sie: Ist Φ eine Menge von positiven Sätzen, so überträgt sich Φ durch Homomorphismen.

10. Sei S eine Sprache und Φ eine Menge von S-Sätzen. Man sage, Φ übertrage sich auf Substrukturen, wenn gilt: Ist $\mathfrak{M} \models \Phi$ und $\mathfrak{N}$ S-Substruktur von $\mathfrak{M}$, so ist auch $\mathfrak{N} \models \Phi$.
Geben Sie jeweils eine Sprache S und eine Menge von S-Sätzen Φ an, so dass sich Φ (1) auf Substrukturen aber nicht unter Homomorphismen, (2) unter Homomorphismen aber nicht auf Substrukturen, (3) weder unter Homomorphismen noch auf Substrukturen überträgt. Verwenden Sie dazu Beispiele aus der Algebra und der Ordnungstheorie.

11. Sei S eine Sprache und seien φ, ψ, χ S-Ausdrücke. Leiten Sie in Sequenzenkalkül unter Verwedung schon bewiesener abgeleiteter Regeln folgende Tautologien her:
(a) $(\varphi \vee \psi) \to (\psi \vee \varphi)$
(b) $((\varphi \vee \psi) \to \chi) \to (\varphi \to \chi)$.

12. (a) $((\varphi \to \psi) \wedge (\chi \to \psi)) \to ((\varphi \vee \chi) \to \psi)$
(b) $(\varphi \vee \psi) \to (\neg\varphi \to \psi)$.

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 05. 05. 08 in der Vorlesung