

Übungen zur Mathematischen Logik

1. Sei $S = \{\circ, e\}$ die Symbolmenge der Gruppentheorie. Entscheiden Sie (mit Beweis), welche der folgenden Zeichenreihen S -Terme sind:

$$v_1 \circ (v_2 \circ v_3) \quad \circ \circ v_1 v_2 v_3 \quad \circ \circ v_2 \quad \circ v_1 \circ v_2 \circ v_3.$$

2. Sei S eine Sprache. Zeigen Sie, dass jeder S -Ausdruck eindeutig lesbar ist.

3. Seien $t, s \in T^S$ Terme. Sei t_v^s der Term der aus t entsteht, wenn man darin die Variable v durch s ersetzt. Definieren Sie die Funktion

$$G : T^S \rightarrow T^S, t \mapsto t_v^s$$

durch Rekursion (über den Termkalkül).

4. Sei S eine Sprache. Ein Ausdruck φ heißt erfüllbar, wenn es eine S -Struktur \mathfrak{M} und eine Belegung β in \mathfrak{M} gibt, so dass $\mathfrak{M} \models \varphi[\beta]$ gilt.

Sei S nun die Sprache mit nur einem zweistelligen Relationssymbol r , einem einstelligem Funktionssymbol f und zwei Konstanten c, k . Zeigen Sie, dass folgender Ausdruck erfüllbar ist:

$$\begin{aligned} & \forall v_0 \, r v_0 f v_0 \wedge \\ & \forall v_0 \forall v_1 \, (r v_0 v_1 \rightarrow \neg v_0 = v_1) \wedge \\ & \forall v_0 \forall v_1 \forall v_2 \, ((r v_0 v_1 \wedge r v_1 v_2) \rightarrow r v_0 v_2) \wedge \\ & \neg r c k \wedge \neg r k c \wedge \neg c = k. \end{aligned}$$

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 21. 04. 08 in der Vorlesung