

Übungen zur Mengenlehre I

29. Zwei Teilmengen x, y von ω heißen fast disjunkt, wenn $x \cap y$ endlich ist. Zeigen Sie: Es gibt eine Menge der Größe 2^ω , deren Elemente paarweise fast disjunkte Teilmengen von ω sind.

30. Zwei Funktionen $f : \kappa \rightarrow \kappa$ und $g : \kappa \rightarrow \kappa$ heißen fast disjunkt, wenn $\text{card}(\{\alpha \in \kappa \mid f(\alpha) = g(\alpha)\}) < \kappa$ ist. Zeigen Sie: Es gibt eine Menge der Größe κ^+ , deren Elemente paarweise fast disjunkte Funktionen von κ nach κ sind.

31. Sei $\langle \alpha_\nu \mid \nu \in \gamma \rangle$ eine monotone ($\nu \leq \mu \rightarrow \alpha_\nu \leq \alpha_\mu$) Folge von Ordinalzahlen in β mit $\text{sup}\{\alpha_\nu \mid \nu \in \gamma\} := \bigcup\{\alpha_\nu \mid \nu \in \gamma\} = \beta$. Zeigen Sie, dass dann $\text{cf}(\gamma) = \text{cf}(\beta)$ ist.

32. Sei κ eine unendliche Kardinalzahl. Impliziert dann $\kappa^{<\kappa} = \kappa$, dass κ stark unerreichbar ist? Impliziert, dass κ stark unerreichbar ist, umgekehrt $\kappa^{<\kappa} = \kappa$?

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 19. 12. 06 in der Vorlesung