

## Übungen zur Mengenlehre I

25. Zeigen Sie: Eine unendliche Kardinalzahl  $\kappa$  ist genau dann singulär, wenn es  $\lambda < \kappa$  und  $\kappa_i < \kappa$  mit  $\kappa = \sum_{i < \lambda} \kappa_i$  gibt.

26. Beweisen Sie: Für jede Ordinalzahl  $\alpha < \kappa^+$  gibt es eine Folge  $\langle X_n \mid n \in \omega \rangle$ , so dass  $\alpha = \bigcup \{X_n \mid n \in \omega\}$  und  $otp(X_n) \leq \kappa^n$  für alle  $n \in \omega$  gilt.

27. Zeigen Sie: Ist  $\kappa \in Card$  singulär und existiert ein  $\gamma_0 < \kappa$  mit  $2^\gamma = 2^{\gamma_0}$  für alle  $\gamma_0 \leq \gamma < \kappa$ , so ist  $2^\kappa = 2^{\gamma_0}$ .

28. Folgern Sie aus Aufgabe 27: Ist  $\beta$  so, dass  $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+\beta}$  für alle  $\alpha$  gilt, dann ist  $\beta < \omega$ .

Jede Aufgabe wird mit 8 Punkten bewertet.

Abgabe: am 11. 12. 06 in der Vorlesung